

Modelowanie zużycia gazu w lokalnej kotłowni wytwarzającej ciepło na potrzeby budynku mieszkalnego

Modeling gas consumption in a local boiler room producing heat for a residential building

ANDRZEJ JEDLIKOWSKI, SEBASTIAN ENGLART, MACIEJ SKRZYCKI

DOI: 10.17512/INSTAL.2026.09.04

Artykuł przedstawia oryginalny matematyczny model prognozowania zużycia gazu w budynkach wielorodzinnych wyposażonych w lokalne kotłownie gazowe. Opracowany model integruje analizę zapotrzebowania na ciepło do centralnego ogrzewania oraz przygotowania ciepłej wody użytkowej, uwzględniając rzeczywistą zmienność temperatury zewnętrznej, dobowe profile zużycia wody, charakterystykę pracy kotłów oraz parametry instalacji grzewczej. W pracy opisano równania definiujące temperaturę zasilania na podstawie krzywych grzewczych, cykliczną pracę palnika i pomp obiegowych oraz proces mieszania wody w podgrzewaczach pojemnościowych. Walidację modelu przeprowadzono na podstawie danych eksploatacyjnych pozyskanych z budynku mieszkalnego we Wrocławiu, uzyskując wysoką zgodność wyników symulacji z pomiarami godzinowymi i miesięcznymi. Symulacje wykazały, że maksymalne godzinowe zużycie ciepłej wody użytkowej wynosiło 420 dm^3 , co odpowiadało wykorzystaniu ponad 30% pojemności zastosowanych podgrzewaczy. Przy ujemnych temperaturach obliczeniowych zewnętrznego powietrza konieczne było wykorzystanie niemal pełnej dostępnej mocy kotłów, a udział mocy przeznaczonej na przygotowanie c.w.u. stanowił około 25% chwilowej mocy grzewczej potrzebnej na cele c.o. W analizowanym obiekcie uzasadniono także stosowanie jednostkowych wskaźników zapotrzebowania na ciepło: 57 W/m^2 dla c.o. oraz $45 \text{ dm}^3/(\text{os} \cdot \text{dobę})$ dla c.w.u. Wyniki te potwierdzają wysoką przydatność modelu do prognozowania zużycia gazu w budynkach mieszkalnych.

Słowa kluczowe: urządzenia gazowe, paliwo gazowe, budynki wielorodzinne

The article presents an original mathematical model for forecasting gas consumption in multi-family buildings equipped with local gas boiler rooms. The developed model integrates the analysis of heat demand for central heating and domestic hot water preparation, taking into account actual outdoor temperature variability, daily water consumption profiles, boiler operating characteristics, and heating system parameters. The paper describes equations defining the supply temperature based on heating curves, cyclic operation of the burner and circulation pumps, and the process of mixing water in storage heaters. The model was validated based on operational data obtained from a residential building in Wrocław, achieving high consistency between the simulation results and hourly and monthly measurements. Simulations showed that the maximum hourly consumption of hot water was 420 dm^3 , which corresponded to the use of over 30% of the capacity of the heaters used. When the design outdoor air temperature was below zero, it was necessary to use almost the full available power of the boilers, and the share of power allocated to hot water preparation accounted for approximately 25% of the instantaneous heating power required for central heating purposes. The analyzed facility also justified the use of unit heat demand indicators: 57 W/m^2 for central heating and $45 \text{ dm}^3/(\text{person} \cdot \text{day})$ for hot water. These results confirm the high usefulness of the model for forecasting gas consumption in residential buildings.

Keywords: gas appliances, gas fuel, multi-family buildings

Wprowadzenie

Lokalne kotłownie gazowe są powszechnie stosowanym rozwiązaniem grzewczym w budynkach wielorodzinnych i stanowią alternatywę dla indywidualnych urządzeń grzewczych, takich jak kotły dwu-

funkcyjne lub jednofunkcyjne z podgrzewaczami pojemnościowymi. W przeciwieństwie do rozwiązań indywidualnych, system scentralizowany pozwala na redukcję liczby urządzeń wymagających eksploatacji, uproszczenie instalacji spalinowej oraz zmniejszenie łącznej mocy zainstalowanej.

Wadą systemów indywidualnych jest również rozbudowana instalacja gazowa oraz większe wymagania serwisowe.

W ostatnich latach ceny gazu wysokiego metanowego wykazywały znaczną zmienność, co potwierdzają dane taryfowe grup W-1 – W-5 (tab. 1) [1, 2]. W niektórych

dr hab. inż. Andrzej Jedlikowski ORCID: 0000-0002-2456-253X, Autor korespondencyjny: e-mail: andrzej.jedlikowski@pwr.edu.pl; dr inż. Sebastian Englart ORCID: 0000-0002-5407-4617; dr inż. Maciej Skrzycki ORCID: 0000-0002-8098-0795, Politechnika Wrocławska, Wydział Inżynierii Środowiska, Katedra Klimatyzacji, Ogrzewnictwa, Gazownictwa i Ochrony Powietrza, ul. Norwida 4/6, 50-373 Wrocław

Data zgłoszenia: 7.07.2026. Data przyjęcia: 11.08.2026. Data publikacji: 22.09.2026

latach odnotowano nawet czterokrotną zmienność cen tego surowca. Głównymi powodami tych wahań były problemy związane ze wzmożonym popytem wynikającym ze stopniowego znoszenia pandemicznych obostrzeń, otwarcie światowej gospodarki i wzrost produkcji przemysłowej, wyczerpane w Europie rezerwy gazu oraz ich powolne uzupełnianie. Ponadto istniała wówczas wysoka konkurencja z rynkiem azjatyckim skupującym gaz po wyższych cenach oraz dostawa gazu przez Gazprom wyłącznie w ramach kontraktów długoterminowych. Do 2021 r. ceny utrzymywały się na poziomie ok. 10 gr/kWh, natomiast w 2022 r. wzrosły niemal dwukrotnie w wyniku ograniczenia dostaw gazu z Federacji Rosyjskiej [3, 4]. W odpowiedzi zwiększono import LNG, wykorzystując terminal w Świnoujściu [5, 6], a także gazociąg Baltic Pipe i połączenia transgraniczne [5, 7]. W 2023 r. ceny osiągnęły rekordowe wartości na skutek czynników rynkowych, podażowych i geopolitycznych [8], po czym zaczęły stopniowo maleć.

bezpośrednio krótkookresowych zmian rynkowych cen gazu.

Regulacje unijne nakierowane są na stopniowe ograniczanie stosowania paliw kopalnych i wspieranie alternatywnych źródeł energii w budynkach [9]. Dane GUS dotyczące infrastruktury gazowej (tab. 2) wskazują jednak, że w latach 2018-2024 następował dalszy rozwój sieci przesyłowej, liczby przyłączy oraz liczby odbiorców gazu [10]. Jednocześnie zmienność zużycia tego paliwa, stanowiąca odpowiednik energii końcowej wynikającej z ponoszonych przez odbiorców opłat zawartych w rachunkach, sugeruje rosnącą wrażliwość użytkowników na koszty eksploatacji, a także działania prowadzące do ograniczania jego poboru.

W tych uwarunkowaniach lokalne kotłownie gazowe pozostają rozwiązaniem technicznie korzystnym, a ich scentralizowana struktura ułatwia modernizację systemów grzewczych oraz potencjalne przejście na alternatywne technologie. Ocena efektywności takich systemów wymaga

na teorii systemów szarych, natomiast Li i in. [14] zaproponowali hybrydowy model głębokiego uczenia integrujący komponenty trendu, cech i reszt. Qiao i in. [15] opracowali model dwuetapowy umożliwiający prognozowanie jedno- i wieloetapowe, wykazując przewagę predykcji jednoetapowej. Hošovský i in. [16] porównali modele regresyjne i modele oparte na sieciach neuronowych w prognozowaniu zużycia gazu w budynkach o różnych profilach użytkowania.

Pomimo szerokiego zakresu badań, modelowanie zużycia gazu w pojedynczych obiektach mieszkalnych wyposażonych w lokalne kotłownie jest rzadko podejmowane. Trudność wynika z konieczności uwzględnienia wielu zmiennych wpływających na zużycie paliwa: warunków atmosferycznych, charakterystyki regulacji mocy kotłów, dobowych profili zużycia ciepłej wody oraz parametrów instalacji. Celem niniejszej pracy jest przedstawienie matematycznego modelu umożliwiającego prognozowanie natężenia przepływu gazu oraz obliczenie zużycia paliwa w cyklu rocznym w budynku wyposażonym w lokalną kotłownię gazową.

Opis metodologii

W budynkach wielorodzinnych urządzenia gazowe mogą zasilać dwa podstawowe obiegi: centralnego ogrzewania (c.o.) oraz przygotowania ciepłej wody użytkowej (c.w.u.). Dobór mocy źródła ciepła wymaga uwzględnienia bilansu strat cieplnych budynku oraz zapotrzebowania mieszkańców na c.w.u. W układach z podgrzewaczami pojemnościowymi stosowane są kotły jednofunkcyjne pracujące zgodnie z zasadą priorytetu c.w.u., co umożliwia czasowe przekierowanie mocy z instalacji grzewczej do podgrzewacza.

Do wyznaczenia mocy źródła ciepła w budynkach wielorodzinnych wyposażonych w podgrzewacze pojemnościowe można stosować następujące formuły [17]:

– przy spełnieniu warunku $Q_{c.w.u.} < 15-20\% Q_{c.o.}$:

$$Q_{z.c.} = Q_{c.o.}; \text{ kW} \quad (1)$$

– przy spełnieniu warunku $Q_{c.w.u.} > 15-20\% Q_{c.o.}$:

$$Q_{z.c.} = Q_{c.o.} + Q_{c.w.u.}^{srh}; \text{ kW} \quad (2)$$

gdzie:

$Q_{z.c.}$ – moc źródła ciepła, np. kotła jednofunkcyjnego, kW;

$Q_{c.o.}$ – wymagana moc grzewcza na potrzeby centralnego ogrzewania, kW;

$Q_{c.w.u.}$ – wymagana moc grzewcza na potrzeby przygotowania ciepłej wody użytkowej, kW.

Tabela 1. Porównanie zmienności cen netto i stawek abonamentowych opłat stosowanych do rozliczeń z odbiorcami pobierających gaz wysokometanowy (grupy E) z sieci dystrybucyjnej w latach 2018-2025 [1, 2]

Table 1. Comparison of net price volatility and subscription rates applied to billing for customers receiving high-methane gas (Group E) from the distribution network in 2018-2025 [1, 2]

Rok	2018	2019	2020	2021	2022	do 2022	2023	2024	2025	do 2025
Grupa taryfowa	Cena gr/kWh	Cena gr/kWh	Cena gr/kWh	Cena gr/kWh	Cena gr/kWh	St. ab. zł/m-c	Cena gr/kWh	Cena gr/kWh	Cena gr/kWh	St. ab. zł/m-c
W-1.1						3,30				3,35
W-1.2						4,22				4,29
W-1.12T				I-VI 8,905		6,38	I-II 65,382			6,49
W-2.1	I-III 9,754	I I-14 II 10,408	I-IV 10,364	V-VII 9,386	I-VI 20,379	5,40		I-VI 29,487	I-VI 24,355	5,49
W-2.2	IV-VII 9,848	15 II – 31 XII 2019	VII-XII 9,306	VIII-IX 10,508	VII-XII 20,407	6,28 –6,20	I III –27 XII 52,063			6,30
W-2.12T		VIII-XII 10,408				8,67	VII-XII 24,355	VII 2025 –VI 2026 20,426		8,81
W-3.6				X-XII 11,257		6,30	28 XII 31 XII 48,837			6,40
W-3.9						7,89				8,02
W-3.12T						9,86				10,02
W-4						15,85				16,11
W-5	9,736 9,830 10,388	10,388 10,638	10,345 9,288	8,888 9,369 10,488 11,236	20,340 20,368	121,00	65,256 51,962 48,742	29,430 24,308	24,308 20,776	123,00

Podsumowując przedstawioną tabelarycznie zmienność cen gazu, należy podkreślić, że proces stabilizacji rynku został istotnie zakłócony w 2026 r. przez eskalację konfliktu na Bliskim Wschodzie. Zakłócenia te objęły wolumen odpowiadający niemal 20% światowej podaży LNG i doprowadziły do ponownego wzrostu cen oraz zwiększenia ich zmienności na rynkach europejskich i azjatyckich. Wpływ tych wydarzeń na ceny taryfowe w Polsce może ujawniać się z opóźnieniem, ponieważ taryfy detaliczne nie odzwierciedlają

jednak wiarygodnych modeli prognostycznych umożliwiających określenie rzeczywistego zużycia paliwa w budynku.

W literaturze przedstawiono wiele metod prognozowania zapotrzebowania na gaz. Kwilosz i Filar [11] zaproponowali ekonometryczny model krótkoterminowej prognozy zużycia paliwa. Jedlikowski i in. [12] opracowali model określający przepływ gazu w obiekcie gastronomicznym na podstawie liczby konsumentów i czasu pracy urządzeń. Hu i Jiang [13] przedstawili adaptacyjny model prognozowania oparty

Tabela 2. Porównanie zmienności komunalnej infrastruktury gazowej w tym długości sieci gazowych oraz liczebności odbiorców i zużycia gazu z sieci w gospodarstwach domowych w latach 2018-2024 [10]
Table 2. Comparison of trends in municipal gas infrastructure, including the length of gas networks, the number of customers, and household gas consumption from the network, for the years 2018-2024 [10]

Wyszczególnienie	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Sieć gazowa w km (stan na 31 grudnia)	154 380,0	157 868,0	162 089,0	165 733,0	171 179,0	174 257,4	176 605,2
miasta	63 955,0	65 551,0	67 244,0	68 749,0	70 909,0	72 031,0	72 907,2
obszary wiejskie	90 425,0	92 317,0	94 845,0	96 983,0	100 270,0	102 226,4	103 697,9
Przylączca prowadzące do budynków mieszkalnych i niemieszkalnych w tys. szt. (stan na 31 grudnia)	2 937,1	3 048,1	3 159,4	3 285,3	3 398,8	3 477,0	3 556,4
miasta	1 728,3	1 793,9	1 850,4	1 909,3	1 966,1	2 002,7	2 039,3
obszary wiejskie	1 208,8	1 254,2	1 309,1	1 376,0	1 432,6	1 474,3	1 517,1
Odbiorcy gazu z sieci w tys. (stan na 31 grudnia)	7 810	7 957	8 340	8 549	8 735	8 908	8 861
miasta	6 721	6 799	7 047	7 166	7 284	7 378	7 288
obszary wiejskie	1 089	1 158	1 293	1 383	1 451	1 530	1 573
Zużycie gazu z sieci (w ciągu roku) w GWh	46 903,3	47 855,3	50 293,3	59 431,5	56 414,4	54 083,7	54 594,8
miasta	35 868,0	35 898,7	37 064,8	41 903,8	39 976,9	38 034,9	38 292,1
obszary wiejskie	11 035,3	11 956,5	13 228,5	17 527,7	16 437,5	16 048,8	16 302,7
Zużycie gazu z sieci (w ciągu roku) na 1 mieszkańca w kWh	1 221,0	1 246,7	1 311,3	1 564,4	1 491,4	1 434,6	1 453,4
miasta	1 553,0	1 557,1	1 611,4	1 845,5	1 771,7	1 694,5	1 713,9
obszary wiejskie	720,4	779,8	861,6	1 146,8	1 077,0	1 052,3	1 071,1
Zużycie gazu z sieci (w ciągu roku) na 1 odbiorcę w kWh	6 005,3	6 014,1	6 030,6	6 951,7	6 458,4	6 071,3	6 161,5
miasta	5 336,7	5 279,8	5 259,6	5 847,6	5 488,4	5 155,0	5 254,4
obszary wiejskie	10 130,6	10 325,6	10 234,8	12 672,0	11 326,7	10 490,4	10 363,6

Moc grzewczą na potrzeby c.o. w sposób przybliżony można określić na podstawie jednostkowych wskaźników zapotrzebowania na ciepło (tab. 3) [18-20], korzystając z równania:

$$Q_{c.o.} = \frac{F_{bud} \cdot q_{j.c.o.}}{1000}; \text{ kW} \tag{3}$$

gdzie:
 F_{bud} – powierzchnia budynku, m²;
 $q_{j.c.o.}$ – wskaźnik jednostkowego zapotrzebowania na moc grzewczą dla potrzeb centralnego ogrzewania, W/m².

Dla bardziej szczegółowej analizy w myśl obowiązujących przepisów [21], można zróżnicować wskaźniki w zależności od rodzaju pomieszczeń, co pozwala uwzględnić różne wymagania temperaturowe (np. +8°C dla komunikacji, +24°C dla łazienek, +20°C dla mieszkań) zgodnie z równaniem (4):

$$Q_{c.o.} = \frac{\sum_{j=1}^n (F_{bud}^{k.k.s.} \cdot q_{j.c.o.}^{k.k.s.} + F_{bud}^{l.m.} \cdot q_{j.c.o.}^{l.m.} + F_{bud}^{p.s.} \cdot q_{j.c.o.}^{p.s.})}{1000}; \text{ kW} \tag{4}$$

gdzie:
 $F_{bud}^{k.k.s.}$ – powierzchnia komunikacji i klatki schodowej, m²;
 $F_{bud}^{l.m.}$ – powierzchnia lokalu mieszkalnego, m²;
 $F_{bud}^{p.s.}$ – powierzchnia pomieszczenia sanitarnego, m²;
 $q_{j.c.o.}^{k.k.s.}$ – wskaźnik jednostkowego zapotrzebowania na c.o. komunikacji i klatki schodowej, W/m²;
 $q_{j.c.o.}^{l.m.}$ – wskaźnik jednostkowego zapotrzebowania na c.o. lokalu mieszkalnego, W/m²;
 $q_{j.c.o.}^{p.s.}$ – wskaźnik jednostkowego zapotrzebowania na c.o. pomieszczenia sanitarnego, W/m².

Drugą część zapotrzebowania stanowi przygotowanie ciepłej wody użytkowej, które określa się na podstawie równania:

$$Q_{c.w.u.} = \frac{n \cdot q_{j.c.w.u.} \cdot \rho \cdot c_p \cdot (t_{c.w.u.} - t_{w.z.})}{1000 \cdot \tau \cdot 3600}; \text{ kW} \tag{5}$$

gdzie:
 c_p – ciepło właściwe wody, kJ/(kg·K),
 n – liczba użytkowników instalacji ciepłej wody użytkowej, os.;
 $t_{c.w.u.}$ – temperatura ciepłej wody użytkowej, °C;
 $t_{w.z.}$ – temperatura wody zimnej, °C;
 $q_{j.c.w.u.}$ – wskaźnik jednostkowego zapotrzebowania na ciepłą wodę użytkową w budynku, dm³/(doba·os),
 ρ – gęstość wody, kg/m³;
 τ – czas podgrzewania wody, h.

W celu wyznaczenia mocy grzewczej do celów przygotowania ciepłej wody użytkowej praktycznie wszystkie składowe równania są znane. Temperatura wody zimnej przyjmowana jest w zależności od sposobu jej ujęcia – podziemne 10°C, powierzchniowe 5°C. Temperatura ciepłej wody użytkowej zgodnie z rozporządzeniem [21] powinna się mieścić w zakresie 55-60°C. W przypadku kotłowni w budynku jej wartość obliczeniowa jest równa 60°C. Podobnie znane są pozostałe składowe: gęstość wody 1000 kg/m³ oraz jej ciepło właściwe 4,186 kJ/(kg·K). Czas podgrzewania wody najczęściej jest zakładany i uzależniony od specyfiki funkcjonowania obiektu. Przyjęcie krótszego czasu przygotowania ciepłej wody użytkowej np. 1-2 h zapewni większy komfort jej dostępności ale wymaga dostawy większej mocy ze źródła ciepła. Istotny problem obejmuje natomiast wskaźnik jednostkowego zapotrzebowania na ciepłą wodę użytkową.

Tabela 3. Przykładowe wartości wskaźnika jednostkowego zapotrzebowania na moc grzewczą dla potrzeb centralnego ogrzewania pomieszczeń, sporządzone na podstawie danych literaturowych [18-20]
Table 3. Sample values for the unit heating power demand index for central heating of rooms, compiled based on data from the literature [18-20]

Rodzaj użytej izolacji cieplnej przegród budowlanych	Jednostkowe zapotrzebowanie na moc grzewczą [18] $q_{j.c.o.}$, W/m ²	Standard izolacyjny lub lokalizacja segmentu budynku wielorodzinnego	Jednostkowe zapotrzebowanie na moc grzewczą [19] $q_{j.c.o.}$, W/m ²	Rodzaj budynku ze względu na użytą izolację cieplną	Jednostkowe zapotrzebowanie na moc grzewczą [20] $q_{j.c.o.}$, W/m ²
Minimalna	175–200	Nieocieplony	100–130	Nieocieplony	150–200
Ulepszona	125–150	Docieplony	50–80	Słabo izolowany	100–120
Dobra	70–100	Energo-oszczędny	30–50	Dobrze izolowany	60–80
Bardzo dobra	30–50	Segment wewnętrzny	10–20	Energo-oszczędny	50–70

Zgodnie z literaturą przedmiotu wartość tego wskaźnika zakładana jest w bardzo szerokim zakresie (tab. 4).

Wartość $q_{i,c.w.u.}$ jest zmienna i zależna od metody jej określania, co potwierdzają liczne źródła literaturowe (tab. 4) [22-25]. Wprowadzenie wodomierzy mieszkaniowych znacząco obniżyło rzeczywiste zużycie wody, co wykazano m.in. w pracach Nowakowskiego [26] oraz Hołoty i in. [27], a średnie wartości współczesne wynoszą ok. 35-55 dm³/(doba·os). Różnice te potwierdzają także badania Bugajskiego [28], Krzyżaniaka i Koczyk [29], Ratajczaka i in. [30], Szaflika [31] oraz Jaszewskiej i Szaflika [32].

Tabela 4. Przykładowe wartości wskaźnika jednostkowego zapotrzebowania na ciepło dla potrzeb przygotowania ciepłej wody użytkowej, opracowane na podstawie danych literaturowych [22-25]

Table 4. Example values of the unit heat demand factor for domestic hot water production, based on data from the literature [22-25]

Jednostkowe zapotrzebowanie na ciepło potrzebne do ustalenia mocy grzewczej w celu przygotowania ciepłej wody użytkowej	$q_{i,c.w.u.}$ / dm ³ / (doba·os)
Dane normowe [22]: instalacja wyposażona w natryski instalacja wyposażona w wanny	110–130 110 130
Dane rozporządzenia [23] przy założeniu 40% udziału normowego zużycia wody: lokalne źródło ciepłej wody dostawa ciepłej wody z kotłowni osiedlowej lub blokowej	32–40 56–64
Dane rozporządzenia [23] przy założeniu 50% udziału normowego zużycia wody: lokalne źródło ciepłej wody dostawa ciepłej wody z kotłowni osiedlowej lub blokowej	40–50 70–80
Metoda rozporządzenia [24] dot. charakterystyki energetycznej wartość dotycząca budynków jednorodzinnych wartość dotycząca budynków wielorodzinnych wartości zredukowana o 20% (obecność wodomierzy mieszkaniowych)	35 48 38,4
Metoda normowa wg DIN4708 oraz metoda Sandera [25] z równoczesnym zwiększeniem wartości o współczynnik jednoczesności użytkowania ϕ instalacja wyposażona w natryski zależnie od przyjętego standardu instalacja wyposażona w wanny zależnie od przyjętej pojemności	40–100 120–160

Odpowiedni dobór wskaźnika $q_{i,c.w.u.}$ jest kluczowy, ponieważ profil zużycia c.w.u. znacząco wpływa na wartość mocy źródła ciepła oraz na całkowite zużycie paliwa gazowego. W związku z tym, dalsze etapy analizy wymagają opracowania modelu matematycznego, który pozwoli dokładnie odwzorować zmienność zapotrzebowania na ciepło w cyklu dobowym i rocznym.

Model matematyczny

Głównym celem matematycznego modelu jest przeprowadzenie skutecznej prognozy zużycia paliwa gazowego. Realizacja powyższego celu wymaga więc najpierw sformułowania szeregu założeń dotyczących objętego prognozą obiektu mieszkalnego:

- gaz używany jest wyłącznie przez urządzenia grzewcze – kotły jednofunkcyjne,
- grzewcze urządzenia gazowe wykorzystywane są jedynie na potrzeby komunalno-bytowe: centralnego ogrzewania oraz przygotowania ciepłej wody użytkowej,
- urządzenia grzewcze przystosowane są do zużycia gazu wysokometanowego grupy E,
- potrzeby grzewcze związane z centralnym ogrzewaniem realizowane są wyłącznie w sezonie grzewczym,
- liczba mieszkań oraz powierzchnia ogrzewana są stałe i nie ulegają zmianom,
- wstrzymanie pracy urządzeń grzewczych na potrzeby c.o. założono w temperaturze powietrza zewnętrznego powyżej 10°C, a zakończenie sezonu grzewczego gdy jej średnia dobowa wartość wyniesie 12-15°C [33],
- potrzeby grzewcze dotyczące przygotowania ciepłej wody użytkowej odbywają się w ciągu całego roku,
- zużycie ciepłej wody użytkowej jest zróżnicowane i może zmieniać się w zależności od rodzaju dnia (roboczy, wolny, świąteczny),
- moc urządzeń oraz pojemność wodna instalacji, źródła ciepła, urządzeń zabezpieczających, podgrzewaczy pojemnościowych itp. pozostaje niezmienna,
- maksymalne parametry pracy instalacji c.o. wynoszą 70/50°C z dopuszczalną histerezą $\pm 5^\circ\text{C}$,
- maksymalna temperatura wytwarzanego ciepła jest zgodna z nastawą fabryczną producenta urządzenia i wynosi 80°C [34, 35],
- objętość wodna instalacji c.o. została określona zgodnie z warunkami: 1,0-1,5 dm³/m² ogrzewanej powierzchni [36] lub 10-15 dm³/kW mocy źródła ciepła [37],
- objętość wodna obiegu kotłowego (wymiennik ciepła – komora kotła, przewody w kotłowni, rozdzielacze itp.) została wyznaczona z uwzględnieniem 5% objętości instalacji c.o.,
- zaprogramowany cykl chwilowej pracy kotła stanowi 33% pracy w odniesieniu do 100% działania pomp obiegowych, przy czym 25% to równoczesna praca kotła i pomp obiegowych, a 75% praca

wyłącznie pomp obiegowych. Innymi słowy kocioł rozpoczyna pracę grzewczą wspomagając pracą pomp przez np. 60 sekund, a następnie wstrzymuje pracę grzewczą i przez kolejne 180 sekund odbywa się wyłącznie praca pomp obiegowych. Całkowity czas cyklu wynosi 240 sekund,

- temperatura zadana w panelu obsługi kotła jest zmienna w zależności od przyjętego przebiegu krzywej grzewczej uzależnionej od temperatury powietrza zewnętrznego,
- moc grzewcza przeznaczona na potrzeby c.w.u. przekracza 20% zapotrzebowania na moc do celów c.o.,
- obliczenia dotyczące c.w.u. realizowane są przy warunku obecności w podgrzewaczach pojemnościowych wody o temperaturze 60°C. Brak uwzględnienia czasu podgrzewania świeżej wody (10-60°C) np. po czynnościach serwisowych i ponownym napełnieniu podgrzewaczy pojemnościowych.
- temperatura wody grzewczej przeznaczonej na potrzeby c.w.u. powinna uwzględniać utrzymanie temperatury ciepłej wody wynoszącej 60°C $\pm 5^\circ\text{C}$ w cyklu całorocznym,
- ilość dostarczanego ciepła na cele c.w.u. uzależniona jest od poboru ciepłej wody, rekompensowanego napływem wody zimnej, w wyniku czego w podgrzewaczu występuje woda zmieszana o niższej wartości temperatury,
- brak odrębnego uwzględnienia strat ciepła instalacji i urządzeń grzewczych,
- okresowa dezynfekcja termiczna np. w temperaturze 75°C przeprowadzana jest w warunkach braku poboru wody, a więc jej dodatkowy wpływ na zużycie paliwa gazowego został pominięty.

Krzywe grzewcze i temperatura zadana

Temperatura zasilania instalacji w sezonie grzewczym zależy od przyjętej krzywej grzewczej, określonej na podstawie danych producenta kotła (rys. 1) [34, 35]. Krzywe mają charakter funkcji kwadratowej:

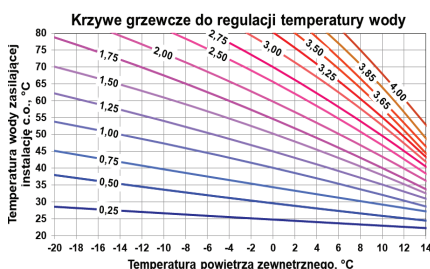
$$t_{zk} = a \cdot t_{p.z.}^2 + b \cdot t_{p.z.} + c; \quad ^\circ\text{C} \quad (6)$$

gdzie:

- $t_{p.z.}$ – temperatura powietrza zewnętrznego, $^\circ\text{C}$;
- a – współczynnik kwadratowy, $1/^\circ\text{C}^2$;
- b – współczynnik liniowy, $1/^\circ\text{C}$;
- c – wyraz wolny, $^\circ\text{C}$.

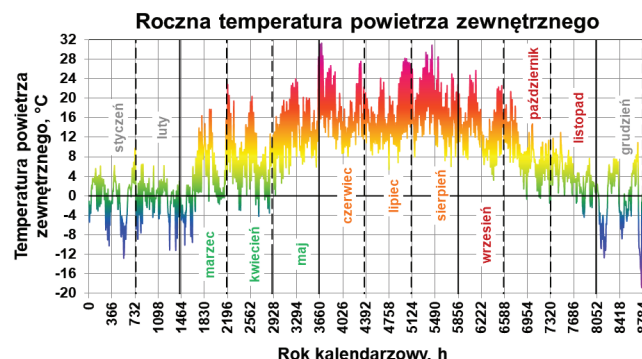
Każda z przedstawionych krzywych umożliwia prześledzenie zmian temperatury, która będzie ustawiona w panelu sterowania kotła i zapewni tym samym temperaturę wody zasilającej instalację

centralnego ogrzewania. Na podstawie zamieszczonego wykresu można również zauważyć, że istnieje dość duża możliwość wyboru konkretnej krzywej pogodowej przyporządkowanej do wartości z zakresu 0,25-4,00. Niższe nachylenia przedstawionych przebiegów linii (0,25-0,50) dotyczą zwykle instalacji ogrzewania podłogowego. Wyższe natomiast (1,25-1,75) przeznaczone są dla instalacji grzejnikowych. Środkowe krzywe grzewcze (0,75-1,00) mogą obejmować instalacje mieszane. Najwyższe nachylenia krzywych pogodowych (2,00-4,00) wybierane są gdy kotły stanowią źródło ciepła dla instalacji grzejnikowych starszego typu oraz budynków o gorszej izolacyjności cieplnej.



Rys. 1. Krzywe grzewcze kotła Luna Duo-Tec firmy BAXI – De Dietrich współpracującego z czujnikiem temperatury powietrza zewnętrznego typu QAC34 firmy Siemens opracowane na podstawie danych producenta [34, 35]

Fig. 1. Heating curves for the BAXI – De Dietrich Luna Duo-Tec boiler, which works in conjunction with a Siemens QAC34 outdoor air temperature sensor, based on the manufacturer's data [34, 35]



Rys. 2. Godzinowa zmienność temperatury powietrza zewnętrznego dla Wrocławia odnotowana w roku 2020 wyrażona w funkcji liczby godzin roku kalendarzowego [38]
Fig. 2. Hourly variations in outdoor air temperature for Wrocław recorded in 2020, expressed as a function of the number of hours in the calendar year [38]

Dane meteorologiczne dla Wrocławia, pozyskane z IMGW [38], przedstawiono na rys. 2 i zastosowano jako zmienną wejściową modelu.

Temperatura graniczna wyłączenia palnika opisana jest równaniem:

$$t_{zas}^g = t_{z.k.} + \Delta t; \text{ } ^\circ\text{C} \quad (7)$$

gdzie:

$t_{z.k.}$ – temperatura zadana w panelu sterującym kotła, $^\circ\text{C}$;

Δt – przyrost temperatury umożliwiający chwilowe wstrzymanie pracy grzewczej w kotle, $^\circ\text{C}$.

Natomiast temperatura ponownego jego uruchomienia:

$$t_{pow}^g = t_{z.k.} - \Delta t; \text{ } ^\circ\text{C} \quad (8)$$

gdzie:

$t_{z.k.}$ – temperatura zadana w panelu sterującym kotła, $^\circ\text{C}$;

Δt – spadek temperatury objętości wodnej obiegu kotłowego umożliwiający rozpoczęcie pracy grzewczej, $^\circ\text{C}$.

Czas pracy palnika i zużycie gazu na c.o.

Czas aktywnej pracy palnika zależy od pojemności obiegu kotłowego i parametrów termicznych, co opisano równaniem:

$$\tau_{p.k.}^{c.o.} = \frac{V_{o.k.} \cdot \rho \cdot c_p \cdot (t_{zas}^g - t_{pow}^g)}{1000 \cdot Q_k}; \text{ s} \quad (9)$$

gdzie:

$V_{o.k.}$ – objętość wodna obiegu kotłowego, dm^3 ;

ρ – gęstość wody, kg/m^3 ,

c_p – ciepło właściwe wody, $\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$;

t_{zas}^g – graniczna chwilowa temperatura wody zasilającej w obiegu kotłowym, $^\circ\text{C}$;

t_{pow}^g – graniczna chwilowa temperatura wody powrotnej w obiegu kotłowym, $^\circ\text{C}$;

Q_k – moc kotła jednofunkcyjnego, kW.

W obiegu kotłowym pompy pracują w sposób ciągły, natomiast palnik załącza

się cyklicznie. Łączny czas pracy palnika i pomp odniesiono do okresu 3600 s. Zużycie gazu na potrzeby c.o. można wyznaczyć za pomocą bezpośredniego równania bilansowego (10):

$$\dot{V}_g^{c.o.} = \frac{3,6 \cdot (t_{z.k.} - t_{z.k.}^{pow}) \cdot Q_k \cdot \tau_{p.k.}^{c.o.}}{(t_{zas}^{max} - t_{pow}^{max}) \cdot \eta_k \cdot W_d \cdot (\tau_{p.k.}^{c.o.} + \tau_{p.o.}^{o.k.})}; \text{ m}^3/\text{h} \quad (10)$$

$$\dot{V}_g^{c.o.} = \frac{3,6 \cdot t_{z.k.} \cdot Q_k \cdot \tau_{p.k.}^{c.o.}}{t_{zas}^{max} \cdot \eta_k \cdot W_d \cdot (\tau_{p.k.}^{c.o.} + \tau_{p.o.}^{o.k.})}; \text{ m}^3/\text{h} \quad (11)$$

gdzie:

$t_{z.k.}$ – temperatura zadana w panelu sterującym kotła, $^\circ\text{C}$;

$t_{z.k.}^{pow}$ – temperatura wynikowa wody powrotnej do kotła, $^\circ\text{C}$;

t_{zas}^{max} – maksymalna temperatura zasilania w obiegu kotłowym, $^\circ\text{C}$;

t_{pow}^{max} – maksymalna temperatura powrotu w obiegu kotłowym, $^\circ\text{C}$;

Q_k – moc kotła jednofunkcyjnego, kW;

η_k – sprawność kotła jednofunkcyjnego, bezwymiarowa;

W_d – wartość opałowa paliwa gazowego, MJ/m^3 ;

$\tau_{p.k.}^{c.o.}$ – sumaryczny czas pracy palnika kotła gazowego w godzinie na potrzeby c.o., s;

$\tau_{p.o.}^{o.k.}$ – sumaryczny czas pracy wyłącznie pomp obiegowych obiegu kotłowego w godzinie, s.

Przyjęcie do stosowania formuły bilansowej (10) związane jest z wymogiem pracy kotła każdorazowo w warunkach mocy maksymalnej, a modulacja pracy palnika może być uwzględniona jedynie przez zmienność czasu jego działania. Występowanie coraz niższego schłodzenia wody skutkuje dysproporcją przyrostu nastawionej wartości temperatury zasilania oraz temperatury wynikowej powrotu.

Z tego względu przygotowano autor-ską zmodyfikowaną strukturę równania (10) przekształconą do uproszczonej zależności empirycznej uwzględniającą wskaźnik modulacji mocy palnika przez sterownik kotła na podstawie nastawy temperatury

Rys. 3. Przykładowy fragment kotłowni wyposażonej w dwa współpracujące kotły gazowe typu Luna Duo-Tec MP+ firmy BAXI – De Dietrich obejmujący widok obiegu kotłowego [39]
Fig. 3. An example of a boiler room equipped with two Luna Duo-Tec MP+ gas boilers from BAXI – De Dietrich, showing the boiler circuit [39]



zadanej, wyrażanej w stopniach Celsjusza (11). Wykorzystanie tej relacji eliminuje konieczność estymacji temperatury wody powrotnej, zakładając w przybliżeniu proporcjonalny charakter zmian parametrów obiegu wody kotłowej.

Natomiast cykliczna praca palnika wynika z różnicy temperatur pomiędzy wodą zasilającą a powrotną oraz objętością obiegu kotłowego (rys. 3) [39].

Modelowanie zapotrzebowania na ciepłą wodę użytkową oraz zużycia gazu

Zużycie c.w.u. odwzorowano przy użyciu trzech typów profili dobowych (rys. 4-6), uwzględniających dni robocze, wolne oraz świąteczne. Dobowe zapotrzebowanie wyznacza się ze wzoru:

$$V_{c.w.u.}^d = n_{uz} \cdot q_{j.c.w.u.}; \text{ dm}^3/\text{doba} \quad (12)$$

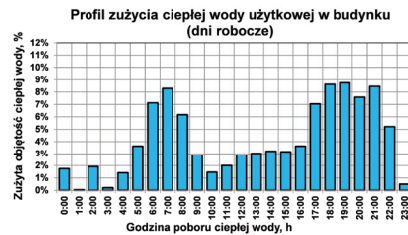
gdzie:

n_{uz} – liczba użytkowników instalacji ciepłej wody użytkowej, os,

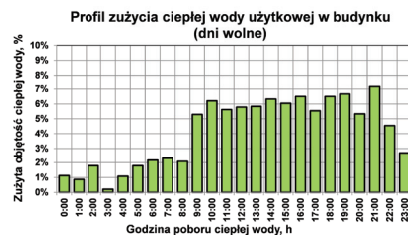
$q_{j.c.w.u.}$ – wskaźnik jednostkowego zapotrzebowania na ciepłą wodę użytkową w budynku, $\text{dm}^3/(\text{doba} \cdot \text{os})$.

W modelu uwzględniono dobową zmienność liczby użytkowników, która wynika z codziennego funkcjonowania wielorodzinnego budynku mieszkalnego. W zależności od konkretnego dnia tygodnia do obliczeń dobowego zapotrzebowania na ciepłą wodę użytkową w modelu wykorzystywane są dynamiczne profile jej zużycia (rys. 4-6). Maksymalna dostępna liczba osób w budynku charakteryzuje się zróżnicowanym zapotrzebowaniem na ciepłą wodę w godzinach porannych, południowych, popołudniowych, wieczornych oraz nocnych. Osoby te zużywają ciepłą wodę użytkową o różnej porze dnia do celów higieniczno-sanitarnych. Różnice w liczbie mieszkańców korzystających z ciepłej wody użytkowej wynikają także z przebywania części osób poza obiektem mieszkalnym, co jest szczególnie dostrzegalne w godzinach południowych. Większość z tych osób znajduje się wówczas w pracy, szkole, przedszkolu itp. Natomiast w sezonach urlopowych (od lipca do września) uwzględniono dodatkową 10% redukcję profilowego zapotrzebowania na ciepłą wodę użytkową.

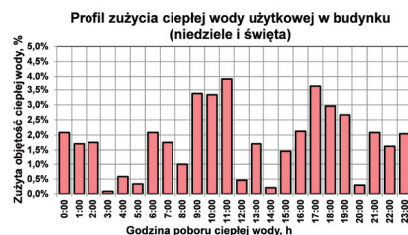
Każdy z przedstawionych profili przyporządkowany do rodzaju dnia wykorzystywany jest do wyznaczenia godzinowej wartości zużycia ciepłej wody użytkowej. Występujący w konkretnej godzinie procent odnoszony jest do rzeczywistego zapotrzebowania na ciepłą wodę użytkową.



Rys. 4. Przykładowy profil zużycia ciepłej wody użytkowej w budynku wielorodzinnym – dni robocze
Fig. 4. Example of a domestic hot water consumption profile in a multifamily building – weekdays



Rys. 5. Przykładowy profil zużycia ciepłej wody użytkowej w budynku wielorodzinnym – dni wolne
Fig. 5. Example of a domestic hot water consumption profile in a multifamily building – weekends



Rys. 6. Przykładowy profil zużycia ciepłej wody użytkowej w budynku wielorodzinnym – niedziele i święta
Fig. 6. Example of a domestic hot water consumption profile in a multifamily building – Sundays and holidays

Wartość tego zapotrzebowania można obliczyć za pomocą następującej formuły:

$$V_{c.w.u.}^h = \frac{p_{c.w.u.}^h \cdot V_{c.w.u.}^d}{24}; \text{ dm}^3/\text{h} \quad (13)$$

gdzie:

$p_{c.w.u.}^h$ – procent godzinowego zużycia ciepłej wody użytkowej, %;

$V_{c.w.u.}^d$ – dobowe zapotrzebowanie na ciepłą wodę użytkową, $\text{dm}^3/(\text{doba})$.

Przedstawione wartości dotyczące zapotrzebowania na ciepłą wodę użytkową stanowią jedynie podstawę rozważań dotyczących doboru pojemności podgrzewaczy. Do tego celu zazwyczaj wykorzystywane są odpowiednie poradniki oraz wytyczne producentów i dystrybutorów układów przygotowania c.w.u.

Proces mieszania wody zimnej i ciepłej w podgrzewaczu opisuje równanie:

$$t_{c.w.u.}^{mix} = \frac{t_{w.z.} \cdot V_{w.z.} + t_{c.w.u.} \cdot V_{c.w.u.}}{V_{w.z.} + V_{c.w.u.}}; \text{ } ^\circ\text{C} \quad (14)$$

gdzie:

$t_{w.z.}$ – temperatura wody zimnej, $^\circ\text{C}$;

$t_{c.w.u.}$ – temperatura ciepłej wody użytkowej, $^\circ\text{C}$,

$V_{w.z.}$ – objętość napływającej do podgrzewacza wody zimnej, dm^3 ;

$V_{c.w.u.}$ – objętość pozostałej w podgrzewaczu ciepłej wody użytkowej, dm^3 .

Całkowita pojemność podgrzewacza wody stanowi sumę dwóch analizowanych objętości:

$$V_C = V_{w.z.} + V_{c.w.u.}; \text{ dm}^3 \quad (15)$$

gdzie:

$V_{w.z.}$ – objętość napływającej do podgrzewacza wody zimnej, dm^3 ;

$V_{c.w.u.}$ – objętość pozostałej w podgrzewaczu ciepłej wody użytkowej, dm^3 .

Moc potrzebną do przygotowania c.w.u. oblicza się według:

$$Q_{c.w.u.} = \frac{V_C \cdot \rho \cdot c_p \cdot (t_{c.w.u.} - t_{c.w.u.}^{mix})}{\tau_{p.o.}^{c.w.u.} \cdot 3600 \cdot 1000}; \text{ kW} \quad (16)$$

gdzie:

V_C – całkowita pojemność podgrzewacza ciepłej wody użytkowej, dm^3 ,

ρ – gęstość wody, kg/m^3 ;

c_p – ciepło właściwe wody, $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$,

$t_{c.w.u.}$ – wymagana temperatura ciepłej wody użytkowej, $^\circ\text{C}$;

$t_{c.w.u.}^{mix}$ – temperatura mieszaniny wodnej w podgrzewaczu pojemnościowym, $^\circ\text{C}$;

$\tau_{p.o.}^{c.w.u.}$ – czas pracy pompy obiegowej ciepłej wody użytkowej, s.

a zużycie gazu na potrzeby przygotowania c.w.u. z równania:

$$\dot{V}_g^{c.w.u.} = \frac{3,6 \cdot Q_{c.w.u.} \cdot \tau_{p.k.}^{c.w.u.}}{\eta_k \cdot W_d \cdot (\tau_{p.k.}^{c.w.u.} + \tau_{p.o.}^{o.k.})}; \text{ m}^3/\text{h} \quad (17)$$

gdzie:

$Q_{c.w.u.}$ – wymagana moc grzewcza do potrzeb ciepłej wody użytkowej, kW,

η_k – sprawność kotła jednofunkcyjnego, bezwymiarowa;

W_d – wartość opałowa paliwa gazowego, MJ/m^3 ;

$\tau_{p.k.}^{c.w.u.}$ – sumaryczny czas pracy palnika kotła gazowego w godzinie na potrzeby c.w.u., s;

$\tau_{p.o.}^{o.k.}$ – sumaryczny czas pracy wyłącznie pomp obiegowych obiegu kotłowego w godzinie, s.

Całkowite zużycie gazu i warunki brzegowe modelu

Modelowe zużycie gazu w budynku stanowi sumę składowych obejmujących potrzeby c.o. oraz c.w.u.:

$$\dot{V}_g = \dot{V}_g^{c.o.} + \dot{V}_g^{c.w.u.}; \text{ m}^3/\text{h} \quad (18)$$

Model działa w warunkach ograniczeń temperaturowych obejmujących:

$$t_{p.z.} = (-20 \dots +10)^\circ\text{C} \quad (19)$$

$$t_{z.k.} = (70 \dots 38)^\circ\text{C} \quad (20)$$

Czas pracy palnika kotła gazowego na potrzeby c.o. po jego uruchomieniu (przy uwzględnieniu 15 załączeń) w ciągu godziny, może się zmieniać w zakresie:

– w pojedynczym cyklu działania:

$$\tau_{p.k.}^{c.o.} = (29 \dots 96)\text{s} \quad (21)$$

– w ujęciu całkowitym:

$$\tau_{p.k.}^{c.o.} = (432 \dots 1440)\text{s} = (0,12 \dots 0,40)\text{h} \quad (22)$$

Czas pracy wyłącznie pomp obiegowych obiegu kotłowego w ciągu godziny, obejmuje zakres:

– w pojedynczym cyklu działania:

$$\tau_{p.o.}^{o.k.} = (211 \dots 144)\text{s} \quad (23)$$

– w ujęciu całkowitym:

$$\tau_{p.o.}^{o.k.} = (3168 \dots 2160)\text{s} = (0,88 \dots 0,60)\text{h} \quad (24)$$

Procent godzinowego zużycia ciepłej wody użytkowej:

$$p_{c.w.u.}^h = (0 \dots 100)\% \quad (25)$$

Natomiast czasy pracy palnika i pomp podczas przygotowania c.w.u. opisano odpowiednio:

$$\tau_{p.k.}^{c.w.u.} = (0 \dots 2700)\text{s} = (0,00 \dots 0,75)\text{h} \quad (26)$$

$$\tau_{p.o.}^{o.k.} = (3600 \dots 900)\text{s} = (1,00 \dots 0,25)\text{h} \quad (27)$$

Dostępna powszechnie w urządzeniach grzewczych funkcję priorytetu ciepłej wody użytkowej powiązano z koniecznością zapewnienia wyższej dostawy ciepła do instalacji centralnego ogrzewania. W sytuacjach zwiększonego zapotrzebowania na c.w.u. model dopuszcza chwilowe ograniczenie pracy instalacji c.o., które może wymagać podwyższenia mocy kotła do wartości maksymalnej w celu wyrównania bilansu ciepła.

Wyniki obliczeń

Do sprawdzenia poprawności funkcjonowania modelu matematycznego, przeznaczanego do prognozy zużycia paliwa gazowego, konieczne jest przeprowadzenie jego odpowiedniej walidacji. W tym celu pozyskano dane oraz wyniki pomiarów dotyczące jednego z nowopowstałych obiektów mieszkalnych zlokalizowanych we Wrocławiu. Rozpatrywany obiekt jest budynkiem podpiwniczonym, czterokondygnacyjnym, wielorodzinnym oraz w całości zamieszkałym. Część piwniczną zaplanowano na parking, komórki lokatorskie oraz pomieszczenia techniczne. Kolejne kondygnacje tj. przyziemie, piętro oraz poddasze, przeznaczone na komunikację, klatki schodowe oraz lokale mieszkalne. Pomieszczenie kotłowni zlokalizowano w miarę centralne na przyziemiu budynku.

Dane projektowe i eksploatacyjne budynku przedstawiono w tabeli 5. Obejmują one m.in. liczbę lokali i mieszkańców, powierzchnię ogrzewaną, wskaźnik jednostkowego zapotrzebowania na ciepło, a także moce grzewcze dotyczące centralnego ogrzewania (c.o.) oraz przygotowania ciepłej wody użytkowej (c.w.u.). Uzyskane parametry umożliwiły wyznaczenie podstawowych danych wejściowych

niezbędnych w procesie symulacji. Część z nich uśredniono bądź odniesiono do wybranych zmiennych wskaźnikowych, tak aby zapewnić zgodność z założeniami modelu.

W tabeli 6 zestawiono pozostałe parametry obliczeniowe obejmujące właściwości instalacji grzewczej, charakterystykę pracy palnika oraz pomp obiegowych, a także dane dotyczące dziennego zużycia c.w.u. Zdefiniowano m.in. średni czas pracy palnika gazowego (60 s), czas pracy pomp obiegu kotłowego (180 s) oraz całkowity czas pojedynczego cyklu grzewczego (240 s). Przyjęto również wskaźnik dobowego zużycia c.w.u. równy $45 \text{ dm}^3/(\text{os} \cdot \text{doba})$ [40], co przy 90 mieszkańcach pozwoliło wyznaczyć dobowy pobór wody na poziomie 4050 dm^3 . Wskaźnik dobowego zużycia c.w.u. jest kluczowy do uzyskania wysokiej zgodności modelu w sezonie letnim, gdy urządzenia grzewcze wykorzystywane są wyłącznie dla potrzeb ciepłej wody użytkowej. Przed rozpoczęciem symulacji zdefiniowano dodatkowo: krzywą grzewczą odpowiadającą instalacji grzejnikowej (rys. 1), temperatury powietrza zewnętrznego w poszczególnych godzinach roku (rys. 2) oraz profile zużycia c.w.u. zależne od rodzaju dnia (rys. 4-6).

Tabela 5. Wybrane parametry projektowe dotyczące analizowanego obiektu budowlanego
Table 5. Selected design parameters for the building under analysis

Rodzaj wyznaczonego parametru projektowego	Wartość liczbową	Jednostka pomiarowa
Liczba mieszkańców w budynku	36	szk.
Liczba mieszkańców budynku	90	os.
Powierzchnia sumaryczna ogrzewanych pomieszczeń	1908	m ²
Średnia powierzchnia mieszkalna	53	m ²
Wskaźnik jednostkowego zapotrzebowania na ciepło	57	W/m ²
Obliczeniowa moc grzewcza na potrzeby centralnego ogrzewania	108,8	kW
Całkowita pojemność układu ciepłej wody użytkowej (dwa podgrzewacze pojemnościowe, każdy o pojemności 650 dm ³)	1300	dm ³
Obliczeniowa moc grzewcza na potrzeby ciepłej wody użytkowej	40	kW
Sumaryczna moc źródła ciepła (dwa kotły jednofunkcyjne gazowe, każdy o mocy 90 kW, parametry 70°C/50°C)	180	kW

Tabela 6. Parametry obliczeniowe dotyczące analizowanego obiektu budowlanego
Table 6. Design parameters for the building under analysis

Rodzaj wyznaczonego parametru obliczeniowego	Wartość liczbową	Jednostka pomiarowa
Objętość wodna instalacji centralnego ogrzewania	2862	dm ³
Objętość wodna obiegu kotłowego	143	dm ³
Liczba cykli uruchomienia palnika gazowego	15	h ⁻¹
Średni czas pracy palnika gazowego	60	s
Średni czas pracy wyłącznie pomp obiegu kotłowego	180	s
Średni czas trwania pojedynczego cyklu grzewczego (praca palnika oraz pomp obiegu kotłowego)	240	s
Wskaźnik dobowego zapotrzebowania na ciepłą wodę użytkową	45	dm ³ /(os·doba)
Dobowe zużycie ciepłej wody użytkowej w budynku	4050	dm ³ /doba
Średni czas podgrzania wody zimnej do 60°C w podgrzewaczach (przy uwzględnieniu dostępnej obliczeniowej mocy 40 kW)	25 0,42	min h

W modelu kluczowe znaczenie ma przebieg temperatury wody grzewczej odwzorowany za pomocą krzywej grzewczej. Rysunek 7 przedstawia godzinową zmienność temperatury wody zasilającej instalację centralnego ogrzewania, wyznaczoną dla krzywej grzewczej o nachyleniu 1,50, dotyczącej instalacji grzejnikowych. Warto zauważyć, że charakter tej zmienności bezpośrednio determinował chwilowe zapotrzebowanie na moc wytwarzaną przez kotły – niższe wartości temperatury zewnętrznego powietrza skutkowały podwyższeniem temperatury wody grzewczej, co w konsekwencji przekładało się na wyższe wartości mocy obliczeniowej w modelu.

W pierwszym etapie analizowano zmienność zużycia c.w.u. w odniesieniu do profilu dobowych właściwych dla dni roboczych, wolnych oraz świątecznych. Wyniki symulacji godzinowego zużycia c.w.u. przedstawiono na rysunku 8. Wartości mieściły się w zakresie 0-420 dm³, natomiast latem maksima spadały do około 370 dm³, co koreluje z sezonem urlopowym. Regularne minima odpowiadają porom nocnym o ograniczonym zużyciu wody.

Wyznaczone wartości zużycia c.w.u. stanowiły podstawę do określenia chwilowej mocy grzewczej niezbędnej do jej przygotowania.

Na rysunku 9 przedstawiono łączną godzinową zmienność zapotrzebowania na moc kotła, obejmującą potrzeby centralnego ogrzewania oraz przygotowania ciepłej wody użytkowej. Z wykresu wynika, że maksymalna moc w analizowanym okresie wynosiła 178 kW, w tym 155 kW – zapotrzebowanie na centralne ogrzewanie, 33 kW – zapotrzebowanie na przygotowanie c.w.u. Najwyższe wartości mocy obserwowano w pierwszym kwartale roku (120-160 kW). Wraz ze wzrostem temperatury powietrza zapotrzebowanie malało, stabilizując się latem na poziomie odpowiadającym wyłącznie przygotowaniu c.w.u. (ok. 30-40 kW). Na wykresie wyraźnie widoczne są także okresy, w których wysokie temperatury zewnętrznego powietrza powodowały przerwy w pracy kotłów. W okresie jesiennym ponownie odnotowano wzrost mocy, a pod koniec roku – wartości bliskie mocy maksymalnej, co wynikało z silnego obniżenia temperatury powietrza.

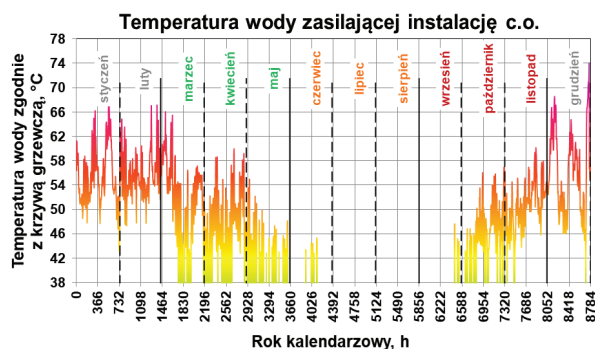
Na podstawie zapotrzebowania na moc grzewczą wyznaczono godzinowe zużycie paliwa gazowego, które porównano z odczytami rejestratora współpracującego z gazomierzem miechowym. Wyniki zestawiono na wykresie (rys. 10). Otrzymano bardzo dobrą zgodność pomiędzy modelem a danymi pomiarowymi.

Stwierdzono:

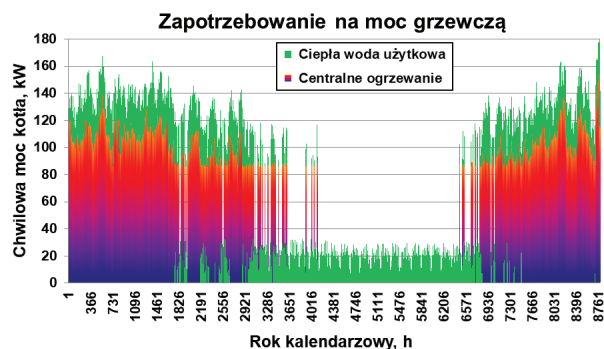
- w okresie zimowym: zużycie na poziomie 2-7 m³/h (sporadycznie 8 m³/h);
- wiosną: szeroki zakres 0-7 m³/h, doskonale odwzorowany przez model;
- latem: stabilizacja zużycia na poziomie 0-2 m³/h;
- jesienią: wyraźny wzrost zużycia na początku sezonu grzewczego, z wartości 2 do 6-7 m³/h.

Widoczne niewielkie różnice są wynikiem m.in. zaokrąglania pomiarów do 1 m³ oraz korzystania z danych meteorologicznych z publicznej stacji pogodowej IMGW, a nie z lokalnego pomiaru bezpośrednio przy obiekcie.

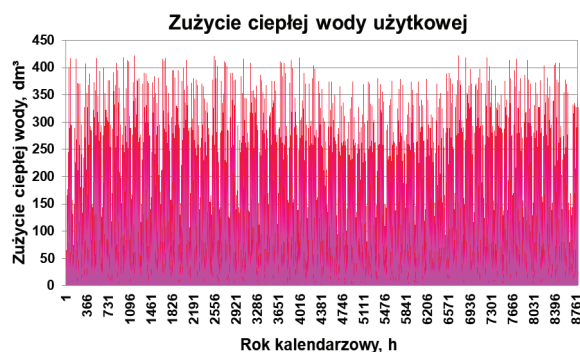
Kolejnym etapem analizy było zestawienie zmienności zużycia gazu w ujęciu miesięcznym (rys. 11).



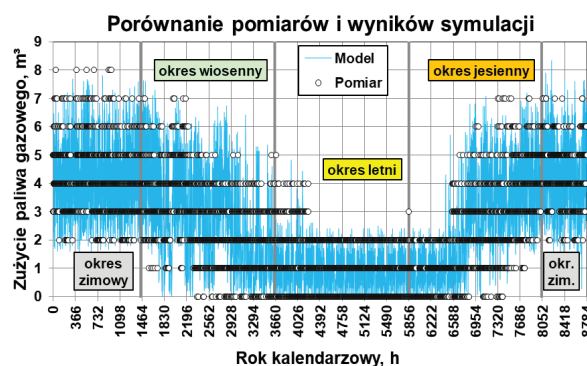
Rys. 7. Godzinowa zmienność temperatury wody grzewczej wyznaczona na podstawie krzywej grzewczej 1,50 (instalacje grzejnikowe) wielorodzinnego budynku mieszkalnego we Wrocławiu w funkcji liczby godzin roku kalendarzowego
Fig. 7. Hourly variation in heating water temperature, determined based on heating curve 1.50 (radiator systems) for a multi-family residential building in Wrocław, as a function of the number of hours in a calendar year



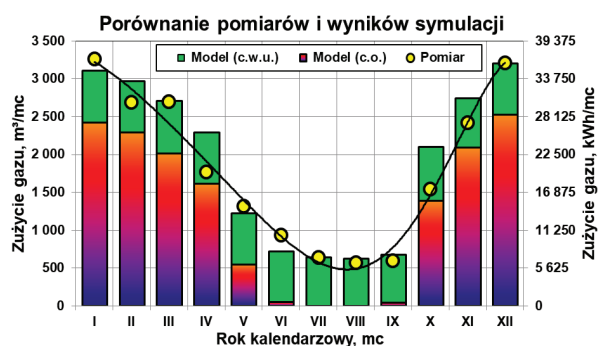
Rys. 9. Godzinowa zmienność zapotrzebowania na moc kotła z uwzględnieniem dwóch potrzeb grzewczych wyrażona w funkcji liczby godzin roku kalendarzowego
Fig. 9. Hourly variation in boiler power demand, taking into account two heating requirements, expressed as a function of the number of hours in a calendar year



Rys. 8. Godzinowa zmienność zużycia ciepłej wody użytkowej wyrażona w funkcji liczby godzin roku kalendarzowego
Fig. 8. Hourly variation in domestic hot water consumption plotted against the number of hours in a calendar year



Rys. 10. Porównanie pomiarów i wyników symulacji godzinowego zużycia gazu wyrażone w funkcji liczby godzin roku kalendarzowego
Fig. 10. Comparison of measurements and simulation results for hourly gas consumption as a function of the number of hours in a calendar year



Rys. 11. Porównanie pomiarów i wyników symulacji miesięcznego zużycia gazu wyrażone w funkcji liczby miesięcy roku kalendarzowego
Fig. 11. Comparison of measurements and simulation results for monthly gas consumption as a function of the number of months in the calendar year

Porównanie to ma istotne znaczenie praktyczne, ponieważ miesięczne wartości zużycia paliwa stanowią podstawę standardowych rozliczeń eksploatacyjnych w budynkach mieszkalnych. W ramach analizy zestawiono zatem sumaryczne dane pomiarowe, uzyskane poprzez zsumowanie godzinowych odczytów gazomierza, z odpowiadającymi im wynikami symulacji dla poszczególnych miesięcy roku kalendarzowego.

Na podstawie przedstawionych wykresów można zauważyć, że miesięczne wyniki symulacji wykazują wysoką zgodność z rezultatami pomiarów. Warto zaznaczyć, że w styczniu odnotowano lekko wyższą sumaryczną wartość pomiarową, aczkolwiek kolejne miesiące (luty-kwiecień) wykazują znacznie lepsze odwzorowanie. Ponadto pomimo tej samej procedury prognozowania zużytego paliwa gazowego w lutym i kwietniu uzyskano wyższe wyniki z modelu od rzeczywistych danych pomiarowych. Następnie w maju i czerwcu zaobserwowano wzrost wartości pomiarowych, po czym w miesiącach sezonu urlopowego wystąpiła niemal idealna zgodność z wynikami symulacji.

W kolejnych miesiącach (październik-listopad) widoczny jest wyraźny wzrost wyników pracy modelu wykracający poza dane pomiarowe, który maleje w grudniu zapewniając wzorcowe dopasowanie. Takie zmienności mogą być spowodowane występującymi niekiedy różnicami pomiaru temperatury powietrza zewnętrznego w różnych lokalizacjach miasta, jak również fluktuacjami wartości opałowej gazu dostarczanego do odbiorców.

Następnie wyznaczono wskaźnikowe zużycie paliwa gazowego, odnosząc je do liczby mieszkańców budynku (90 osób) oraz ogrzewanej powierzchni wyrażonej w metrach kwadratowych (1908 m^2). Miało to na celu ustalenie wartości wskaźnikowych umożliwiających oszacowanie strumienia przepływu gazu w podobnych obiektach przeznaczenia mieszkalnego. Ustalono tym samym, że przepływ gazu obejmujący przygotowanie c.w.u. przypadający na mieszkańca może się zmieniać w zakresie $6,9\text{--}7,9 \text{ m}^3/(\text{mc}\cdot\text{os})$, co odpo-

wiada wartości $77,5\text{--}88,7 \text{ kWh}/(\text{mc}\cdot\text{os})$. Natomiast zmienność natężenia przepływu gazu dla potrzeb c.o. odniesiona do ogrzewanej powierzchni w okresie grzewczym może stanowić przedział $0,3\text{--}1,3 \text{ m}^3/(\text{mc}\cdot\text{m}^2)$, co odpowiada zakresowi $3,4\text{--}14,6 \text{ kWh}/(\text{mc}\cdot\text{m}^2)$.

Podsumowanie i wnioski

Zaopatrywanie budynku w ciepło z wykorzystaniem lokalnej kotłowni gazowej pomimo bardzo zmiennej i mocno niestabilnej ceny gazu jest nadal bardzo powszechnym rozwiązaniem. Umożliwia tym samym zapewnienie dostawy ciepła do wszystkich pomieszczeń lokali mieszkalnych obiektu wielorodzinnego zarówno dla potrzeb centralnego ogrzewania, jak i przygotowania ciepłej wody użytkowej. Bardzo ważne pozostaje więc także precyzyjne wyznaczenie natężenia przepływu gazu do urządzeń grzewczych w budynku. Do tego celu zaproponowano oryginalny matematyczny model przeznaczony do prognozy zużycia gazu. Opracowany model w swojej strukturze wykorzystuje szereg zmiennych obejmujących między innymi wskaźniki zapotrzebowania na ciepło, dane meteorologiczne, krzywe grzewcze, profile zużycia wody oraz modyfikowany czas funkcjonowania poszczególnych urządzeń.

Na podstawie przeprowadzonych prac sformułowano następujące wnioski:

- skuteczność prognozy zużycia gazu mocno uzależniona jest od prawidłowego doboru parametrów wejściowych zdefiniowanych w modelu matematycznym,
- zużycie ciepłej wody użytkowej może się zmieniać w zależności od wybranego profilu charakterystycznego dla rodzaju danego dnia (roboczy, wolny, świąteczny),
- prognozowane zużycie ciepłej wody użytkowej w cyklu godzinowym wyniosło maksymalnie 420 dm^3 , co stanowiło ponad 30% pojemności dobranych podgrzewaczy wody,
- maksymalna dostawa ciepła obejmująca realizację dwóch potrzeb grzew-

czych budynku osiągnęła niemal całkowitą dostępną moc źródła ciepła,

- udział mocy grzewczej dotyczącej ciepłej wody użytkowej może stanowić blisko 25% chwilowej mocy grzewczej przeznaczonej na cele centralnego ogrzewania,
- potwierdzona wysoka zgodność matematycznego modelu służącego do wyznaczenia zużycia paliwa gazowego uzależniona jest od lokalizacji oraz dokładności dostępnych wyników pomiarów,
- w objętym opracowaniu budynku potwierdzono założone wartości jednostkowych wskaźników zapotrzebowania na ciepło dla potrzeb centralnego ogrzewania ($57 \text{ W}/\text{m}^2$) oraz ciepłej wody użytkowej ($45 \text{ dm}^3/(\text{os}\cdot\text{dobę})$).

Podsumowując, postanowiono wyznaczyć również szacunkowe wskaźniki umożliwiające z dużą dozą prawdopodobieństwa obliczyć zużycie paliwa gazowego podobnych obiektów mieszkalnych. Na tej podstawie ustalono, że natężenie przepływu gazu dla potrzeb c.w.u. może występować w zakresie $6,9\text{--}7,9 \text{ m}^3/(\text{mc}\cdot\text{os})$, a dla celów c.o.: $0,3\text{--}1,3 \text{ m}^3/(\text{mc}\cdot\text{m}^2)$. Należy podkreślić, więc że opracowany model matematyczny przeznaczony do prognozy zużycia gazu stanowi skuteczne narzędzie umożliwiające ustalenie wartości zużywanego paliwa gazowego.

Literatura

- [1] Polskie Górnictwo Naftowe i Gazownictwo Grupa Orlen. (2025). Taryfy PGNiG – Archiwum taryf. <https://pgnig.pl/archiwum-taryf>, (data dostępu 27.12.2025).
- [2] Polskie Górnictwo Naftowe i Gazownictwo Grupa Orlen. (2025). Taryfa - cennik dla klientów indywidualnych oraz podmiotów objętych ochroną taryfową, <https://pgnig.pl/taryfa>, (data dostępu 27.12.2025).
- [3] Business Insider. (2022). Wszystko, co musisz wiedzieć o wstrzymaniu dostaw gazu przez Rosję. <https://businessinsider.com.pl/gospodarka/wszystko-co-musisz-wiedziec-o-wstrzymaniu-dostaw-gazu-przez-rosje/nmj0np8>, (data dostępu 27.12.2025).
- [4] Business Insider. (2022). PGNiG potwierdza: Gazprom wstrzymuje dostawy gazu do Polski. <https://businessinsider.com.pl/gospodarka/pgnig-potwierdza-gazprom-wstrzymuje-dostawy-gazu-do-polski/tstxvnl>, (data dostępu 27.12.2025).
- [5] Switch Energy. (2025). Skąd Polska ma gaz? <https://switchenergy.pl/blog/skad-polska-ma-gaz/> (data dostępu 27.12.2025).
- [6] Gaz-System. (2025). Informacje o Terminalu LNG. <https://www.gaz-system.pl/pl/terminal-lng/informacje-o-terminalu-lng.html>, (data dostępu 30.12.2025).
- [7] Elenger. (2025). Skąd Polska ma gaz? <https://www.elenger.pl/strefa-wiedzy/gaz-ziemny/skad-polska-ma-gaz>, (data dostępu 27.12.2025).
- [8] Duon. (2023). Lepiej na gaz, Zmienna cena gazu na giełdzie w 2023 r. – wahanie nie oznacza kryzysu. <https://duon.pl/lepiej-nagaz/zmienna-cena-gazu-na-gieldzie-w-2023-roku-wahanie-nie-oznacza-kryzysu/>, (data dostępu 27.12.2025).

- [9] Dyrektywa Parlamentu Europejskiego I Rady (UE) 2024/1275 z dnia 24 kwietnia 2024 r. w sprawie charakterystyki energetycznej budynków (wersja przekształcona), Tekst mający znaczenie dla EOG, https://eur-lex.europa.eu/legal-content/PL/TXT/PDF/?uri=OJ:L_202401275, (data dostępu 27.12.2025).
- [10] GUS. (2025). Infrastruktura komunalna - energetyczna i gazowa w latach 2018–2024 r. <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/infrastruktura-komunalna-nieruchomosci/nieruchomosci-budynki-infrastruktura-komunalna/infrastruktura-komunalna-energetyczna-i-gazowa-w-2024-r-,16,3.html>, (data dostępu 27.12.2025).
- [11] Kwilosz T. Filar B. (2021). Ekonometryczny model krótkoterminowego prognozowania zużycia gazu, *Nafta-Gaz*. Nr 7, s. 454–462, DOI: 10.18668/NG.2021.07.04, https://inig.pl/magazyn/nafta-gaz/Nafta-Gaz_2021-07_4.pdf, (data dostępu 30.12.2025).
- [12] Jedlikowski A., Englart S., Skrzycki M. (2022). Modelowanie zapotrzebowania na paliwo gazowe w obiektach gastronomicznych. (2022). Instal 10/2022, s. 26–33, DOI: 10.36119/15.2022.10.3, <https://informacja-instal.com.pl/wp-content/uploads/2022/10/03.pdf>, (data dostępu 30.12.2025).
- [13] Hu Z., Jiang T. (2024). Innovative grey multivariate prediction model for forecasting Chinese natural gas consumption, *Alexandria Engineering Journal* Volume 103, September 2024, Pages 384–392.
- [14] Li X., Zou X., Cheng J., Tang M., Hu P. (2024). FMM-VMD-Transformer: A hybrid deep learning model for predicting natural gas consumption, *Digital Engineering*, Volume 2, September 2024, 100005.
- [15] Qiao W., Ma Q., Yang Y., Xi H., Huang N., Yang X., Zhang L. (2025). Natural gas consumption forecasting using a novel two-stage model based on improved sparrow search algorithm, *Journal of Pipeline Science and Engineering*, Volume 5, Issue 1, March 2025, 100220.
- [16] Hošovský A., Piteľ J., Adámek M., Mižáková J., Židek K. (2021). Comparative study of week-ahead forecasting of daily gas consumption in buildings using regression ARMA/SARMA and genetic-algorithm-optimized regression wavelet neural network models, *Journal of Building Engineering*, Volume 34, February 2021, 101955.
- [17] Mizielińska K., Olszak J. (2020). Gazowe i olejowe źródła ciepła małej mocy, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2020.
- [18] Bąkowski K. (2018). Sieci i instalacje gazowe. Poradnik projektowania, budowy i eksploatacji, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2018.
- [19] Ciepło24.pl. (2021). Jak obliczyć wskaźnik zapotrzebowania na ciepło? [https://www.technika-grzewcza-sklep.pl/blog/jak-obliczyc-zapotrzebowanie-ciepne-mieszkania-domu.html#/,](https://www.technika-grzewcza-sklep.pl/blog/jak-obliczyc-zapotrzebowanie-ciepne-mieszkania-domu.html#/) (data dostępu 31.12.2025).
- [20] Hojero. (2022) Jak wyliczyć zapotrzebowanie na moc pompy ciepła dla swojego domu? [https://www.hojero.pl/pl/blog/Jak-wyliczyc-zapotrzebowanie-na-moc-pompy-ciepła-dla-swojego-domu/335,](https://www.hojero.pl/pl/blog/Jak-wyliczyc-zapotrzebowanie-na-moc-pompy-ciepła-dla-swojego-domu/335) (data dostępu 31.12.2025).
- [21] Obwieszczenie Ministra Rozwoju i Technologii z dnia 15 kwietnia 2022 r. w sprawie ogłoszenia jednolitego tekstu rozporządzenia Ministra Infrastruktury w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie. Dz.U. 2022 poz. 1225.
- [22] PN-B-01706:1992 Instalacje wodociągowe – Wymagania w projektowaniu.
- [23] Rozporządzenie Ministra Infrastruktury z dnia 14 stycznia 2002 r. w sprawie określenia przeciętnych norm zużycia wody. Dz.U. 2002 nr 8 poz. 70.
- [24] Rozporządzenie Ministra Infrastruktury z dnia 6 listopada 2008 r. w sprawie metodologii obliczania charakterystyki energetycznej budynku i lokalu mieszkalnego lub części budynku stanowiącej samodzielną całość techniczno-użytkową oraz sposobu sporządzania i wzorów świadectw ich charakterystyki energetycznej. Dz.U. 2008 nr 201 poz. 1240.
- [25] Luskar. (2012). Jak dobrze zaprojektować instalację ciepłej wody użytkowej. [https://www.luskar.pl/news/127/192/Jak-dobrze-zaprojektowac-instalacje-CWU-ciepłej-wody-użytkowej.html,](https://www.luskar.pl/news/127/192/Jak-dobrze-zaprojektowac-instalacje-CWU-ciepłej-wody-użytkowej.html) (data dostępu 31.12.2025).
- [26] Nowakowski E. (2012). Wskaźniki zużycia wody w budynkach mieszkalnych i użyteczności publicznej, *Rynek Instalacyjny* 7-8/2012, 80–82.
- [27] Hołota E., Życzyńska A., Dyś G. (2023). Zużycie wody ciepłej i zimnej w latach 2011–2022 na przykładzie wybranych budynków wielorodzinnych, *Gaz, Woda i Technika Sanitarna*, 11/2023, 17–25, DOI: 10.15199/17.2023.11.3.
- [28] Bugajski P. (2009). Średnie zużycie zimnej i ciepłej wody w budynkach wielorodzinnych. *Infrastruktura i Ekologia Terenów Wiejskich* Nr 9/2009, Polska Akademia Nauk, Oddział w Krakowie, s. 105–113.
- [29] Krzyżaniak G., Koczyk H. (2016). Zapotrzebowanie na moc cieplną i energię użytkową do podgrzania ciepłej wody użytkowej – metody obliczeń, *Rynek Instalacyjny* 3/2016, 81–85.
- [30] Ratajczak K., Michalak K., Narojczyk M., Amanowicz Ł. (2021). Real Domestic Hot Water Consumption in Residential Buildings and Its Impact on Buildings' Energy Performance – Case Study in Poland, *Energies* 2021, 14, 5010. <https://doi.org/10.3390/en14165010>.
- [31] Szaflik W. (2011). Projektowanie Instalacji Ciepłej Wody w Budynkach Mieszkalnych; Ośrodek Informacji Technika Instalacyjna w Budownictwie Warszawa, Poland, pp. 138–144.
- [32] Jaszewska, M., Szaflik W. (2020). Zużycie ciepłej i zimnej wody w gospodarstwach domowych w Szczecinie w latach 2006–2019. *Instal* 4, 22–25.
- [33] Carbon węgielgroszek.pl. (2026). Kiedy kończy się sezon grzewczy? <https://www.wegielgroszek.pl/kiedy-konczy-sie-sezon-grzewczy/>, (data dostępu 07.01.2026).
- [34] BAXI – De Dietrich. (2026). Karta produktu kotła typu Luna Duo-Tec MP+ 1.35–1.50–1.60–1.70 Naściennne gazowe kotły kondensacyjne, https://dedietrich.pl/pliki/karty/www_main/pliki/karty/LUNA%20DUO-TEC%20MP+.pdf, (data dostępu 07.01.2026).
- [35] BAXI – De Dietrich. (2026). Luna Duo-Tec MP+ 1.35–1.50–1.60–1.70 Naścienny gazowy kocioł kondensacyjny, https://dedietrich.pl/wp-content/uploads/2023/08/782088601-05_22-LUNA-DUO-TEC-MP-1.35-1.50-1.60-1.70-pl.pdf, (data dostępu 07.01.2026).
- [36] Łazienki online pl. (2024). Podłogówka – 20 pytań, które zadają klienci, <https://lazienkionline.pl/pl/blog/podlogowka-20-pytan-ktore-zadaja-klienci>, (data dostępu 07.01.2026).
- [37] RM Solar. (2025). Jak obliczyć ilość płynu potrzebnego do instalacji CO₂? 2025, <https://rmsolar.pl/jak-obliczyc-ilosc-plynu-potrzebnego-do-instalacji-co/>, (data dostępu 07.01.2026).
- [38] Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, Dane publiczne, <https://danepubliczne.imgw.pl/>, (data dostępu 04.12.2025).
- [39] BAXI – De Dietrich. (2026). Kotły gazowe kondensacyjne BAXI, Luna Duo-Tec MP+ 1.35–1.50–1.60–1.70, <https://dedietrich.pl/produkty/technika-komercyjna/kotly-gazowe-kondensacyjne-baxi/luna-duo-tec-mp-1-35-1-50-1-60-1-70/>, (data dostępu 09.01.2026).
- [40] Projekt rozporządzenia Ministra Rozwoju i Technologii w sprawie metodologii wyznaczania charakterystyki energetycznej budynku lub części budynku oraz świadectw charakterystyki energetycznej, https://legislacja.rcl.gov.pl/projekt/12386852/katalog/13068194#13068194_Załącznik_nr_1, <https://legislacja.rcl.gov.pl/docs/578/12386852/13068194/13068195/dokument673501.pdf>, (data dostępu 21.01.2026).

Wkład autorów w powstanie publikacji:

Andrzej Jedlikowski: przygotowanie koncepcji pracy, współpomysłodawca badań, opracowanie modelu matematycznego, opracowanie metod obliczeniowych, napisanie autorskiego programu, testowanie autorskiego oprogramowania, charakterystyka metodologii, opracowanie graficzne, wizualizacja otrzymanych wyników, analiza wyników, przygotowanie, edycja i korekta manuskryptu.

Sebastian Englart: przygotowanie koncepcji pracy, współpomysłodawca badań, opracowanie metod obliczeniowych, charakterystyka metodologii, analiza wyników, przygotowanie, edycja i korekta manuskryptu.

Maciej Skrzycki: przygotowanie koncepcji pracy, współpomysłodawca badań, analiza wyników, edycja i korekta manuskryptu.

INSTAL