

Numeryczna analiza odkształcalności płyt kompozytowych wykorzystywanych do budowy przewodów wentylacyjnych i klimatyzacyjnych

Numerical deformability analysis of composite panels used for construction of ventilation and air-conditioning ducts

KRZYSZTOF KEGLER, ROBERT CICHOWICZ, MARCIN KAMIŃSKI

DOI 10.36119/15.2024.6.5

W artykule przedstawiono zagadnienie symulacji numerycznych z wykorzystaniem oprogramowania ANSYS do badania deformacji przewodów wentylacyjnych i klimatyzacyjnych z materiałów kompozytowych. Omówiono zastosowanie Metody Elementów Skończonych do nieliniowej analizy deformacji takich przewodów z wykorzystaniem elementów skończonych dla trójwymiarowego stanu naprężenia. Zaproponowaną symulację numeryczną wywzorcowano za pomocą uprzednio wykonanych badań eksperymentalnych, w których testowano płyty wielowarstwowe stosowane w instalacjach wentylacyjnych i klimatyzacyjnych. Dzięki przeprowadzonej analizie uzyskano efektywny model numeryczny, który może posłużyć do optymalizacji stosowanych rozwiązań, a także projektowania wzmocnień w postaci taśm kompozytowych, które pozwolą na znaczące zwiększenie wytrzymałości istniejących rozwiązań z jednoczesnym zachowaniem najważniejszych zalet przewodów kompozytowych.

Słowa kluczowe: Metoda Elementów Skończonych, kompozyt warstwowy

This article presents the numerical simulations using ANSYS software to analyze deformation of the ventilation and air-conditioning ducts made of composite materials. The application of the Finite Element Method for nonlinear static analysis of deformation of such systems with 3D brick finite elements has been discussed. The proposed numerical simulation has been calibrated with the previous laboratory experiments, in which multilayer composite plates used in ventilation and air-conditioning systems have been examined. The efficient numerical model, that has been established thanks to this comparison, may serve in the future to optimize the existing engineering solutions. It could also be efficient in strengthening of the existing ducts with the composite strips. This will enable a remarkable increase of the ducts strength and reliability with preservation of the most important pros of these ducts.

Keywords: Finite Element Method, laminar composite

Wstęp

Technologia wytwarzania przewodów wentylacyjnych z płyt kompozytowych nie jest nowością, jednak jej zastosowanie w wentylacji i klimatyzacji było do tej pory ograniczone. Wynika to przede wszystkim z słabego rozpowszechnienia informacji zarówno o samej technologii, jak i możliwościach jej wykorzystania nie tylko przez naukowców, ale również przez projektantów oraz wykonawców instalacji. Coraz większe wymagania stawiane instalacjom pod względem akustycznym i oporu cieplnego, skutkujące koniecznością izolowania praktycznie wszystkich przewodów z blachy ocynkowanej, spowodowały otwarcie się na nowe rozwiązania. W wielu przypadkach przewody bla-

szane z powodzeniem można zastąpić płytami z kompozytów, ograniczając masę instalacji oraz ułatwiając jej montaż, tym bardziej jeżeli nie ma ku temu przeciwwskazań ekonomicznych [26].

Ze względu na budowę płyt kompozytowych stosowanych w instalacjach wentylacyjnych i klimatyzacyjnych, niniejsza analiza skupia się na kompozytach włóknistych (ang. fiber reinforced polymers – FRP) – w których w charakterze fazy wzmacniającej wykorzystuje się różnego rodzaju włókna, natomiast matryca stanowi spoiwo je łączące. Matryca zapewnia także rozdział obciążenia zewnętrznego między włókna i chroni przed czynnikami zewnętrznymi. W efekcie kompozyty włókniste cechują się najlepszymi właściwościami mechanicznymi

przy najmniejszym ciężarze właściwym spośród materiałów kompozytowych [16]. Analizowane wielowarstwowe płyty służące do budowy przewodów wentylacyjnych, składają się z trzech warstw:

- folii aluminiowej, wzmocnionej włóknem szklanym,
- wełny mineralnej, spojonej żywicą termoutwardzalną,
- tkaniny szklanej, jako wykończenia wewnętrznej powierzchni przewodu.

Problematyka związana z analizą odkształcalności płyt kompozytowych jest zagadnieniem złożonym i skomplikowanym, dlatego badania numeryczne wymagają walidacji wyników poprzez badania eksperymentalne. Symulacje takie prowadzi się obecnie najczęściej przy użyciu programów

mgr inż. Krzysztof Kegler krzysztof.kegler@o2.pl <https://orcid.org/0000-0003-3713-5542>, dr hab. inż. Robert Cichowicz prof. PŁ robert.cichowicz@p.lodz.pl <https://orcid.org/0000-0003-3233-2838> – Instytut Inżynierii Środowiska i Instalacji Budowlanych, Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Politechnika Łódzka
prof. dr hab. inż. Marcin Kamiński marcin.kaminski@p.lodz.pl <https://orcid.org/0000-0002-8180-6991> – Katedra Mechaniki Konstrukcji, Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Politechnika Łódzka

działających w oparciu o Metodę Elementów Skończonych (MES) [2], [3], [5], [36], [47], ale ich efektywność zależy od wybranego typu elementów skończonych, sposobu i gęstości dyskretyzacji, a także zamodelowania statycznych i kinematycznych warunków brzegowych. Programy komercyjne stosowane w obliczeniach numerycznych charakteryzują się wyspecjalizowaną bazą elementów skończonych do opisu określonych zjawisk fizycznych. Badania zgromadzone na ten temat w literaturze przedmiotu zawierają wiele zróżnicowanych modeli numerycznych [15], [35], [37], [38], przy czym modele te najczęściej porównuje się z rozwiązaniami analitycznymi. Kalibracja z wykorzystaniem badań eksperymentalnych jest rzadziej dostępna [18], [32], [41]. Uzyskanie satysfakcjonującej zgodności symulacji komputerowej z odwracalnymi odkształceniami w zakresie liniowo-sprężystym jest znacznie prostsze, natomiast zbudowanie efektywnego modelu pozwalającego na przewidywanie zachowania nieliniowego geometrycznie jest znacznie trudniejsze. Znalezienie efektywnego sposobu modelowania numerycznego kompozytowych płyt przedstawione w niniejszej pracy jest kolejnym krokiem na drodze do określenia sposobu projektowania:

- (1) przewodów o optymalnej masie z zachowaniem należytej wytrzymałości,
- (2) wzmocnień przewodów wentylacyjnych i klimatyzacyjnych wykonywanych z materiałów kompozytowych, a także
- (3) analizy ich niezawodności i trwałości.

Metodologia

Metoda elementów skończonych jest najbardziej popularną metodą numeryczną współczesnej inżynierii. Rozwiązanie analizowanego problemu zależy bezpośrednio od elementu, który będzie zastosowany w modelu numerycznym. W wyniku ciągłego rozwoju MES, biblioteka elementów charakteryzujących się różnymi właściwościami nieustannie rozszerza się, pozwalając coraz dokładniej opisywać odkształcenia ciał stałych [4], [6]. Właściwości oraz zachowanie się poszczególnych elementów skończonych pod wpływem przyłożonego obciążenia w ciałach stałych są przedmiotem ciągłego rozwoju [45]. Uzyskane w wyniku przeprowadzonych badań eksperymentalnych [27] dane statystyczne dotyczące nośności badanych kompozytowych płyt wykorzystywanych do budowy przewodów wentylacyjnych pozwalają na określanie ich niezawodności. Można zastosować w tym celu metodologię normową znaną z zaleceń normy Eurokod 0 [14], jak również metodę opartą o entropię względną zastosowaną w pracy [8]. Przy czym należy podkreślić, że obecnie coraz

częściej analizy tego rodzaju rozwiązań ze względu na koszty i czas (nawet w przypadku posiadania odpowiedniego stanowiska badawczego) nie wykonuje się w oparciu o każdorazowo wykonane badania eksperymentalne przewodów wentylacyjnych i klimatyzacyjnych, ale właśnie w oparciu o analizy numeryczne, dlatego zasadnym wydaje się poszukiwanie efektywnego sposobu symulacji komputerowej, który pozwoli nie tylko na modelowanie już istniejących rozwiązań, ale umożliwi również ich optymalizację oraz analizę sposobu wzmacniania z wykorzystaniem taśm kompozytowych. W artykule opisano wyniki symulacji przeprowadzonych z wykorzystaniem programu ANSYS.

W wyniku analiz wyników badań eksperymentalnych [27] zauważono, że uzyskiwane odkształcenia płyt wykonanych z materiałów kompozytowych przekraczają niejednokrotnie wartości, które można uznać za dopuszczalne. W analizie numerycznej w celu uzyskania poprawnych wyników należy uwzględnić nieliniowości geometryczne, wynikające ze spodziewanego występowania dużych odkształceń modelu, co znajduje swoje potwierdzenie w literaturze [9], [24], [31], [37], [46], [48]. Duża różnorodność właściwości mechanicznych kompozytów powoduje stosowanie w metodach numerycznych wielu kryteriów umożliwiających analizę zniszczenia kompozytów [11], [17]. Laminaty, będące zbiorami warstw, mogą bardzo różnić się właściwościami, mechanizmami zniszczenia, wzajemnymi powiązaniem między warstwami. Złożoność układów sprawia, iż w chwili obecnej nie istnieje uniwersalna teoria wytrzymałościowa dla laminatów, umożliwiająca określenie wytrzymałości przyjmując poziom obserwacji laminatu jako całości. W tym celu konieczne jest zejście na poziom poszczególnych warstw. Szeroko stosowane do oceny zniszczenia są kryteria naprężeniowe, bazujące na parametrach granicznych, określających naprężenia niszczące przy ścisaniu, rozciąganiu oraz ścinaniu w głównych kierunkach ortotropii warstwy [39].

Model numeryczny płyty bez wzmocnień

Odwzorowano budowę płyty kompozytowej składającej się z trzech warstw (folii aluminiowej wzmocnionej włóknem szklanym, wełny mineralnej oraz tkaniny z włókna szklanego), z których każda cechuje się innymi właściwościami materiałowymi. Do tego celu posłużył moduł ANSYS Composite Pre-Post (ACP). Dane wejściowe potrzebne dla kompozytów w modelach elementów skończonych to liczba warstw, grubość kolejnej warstwy, orientacja kierunku włókien w warstwie, moduł Younga w trzech kierunkach (E_x , E_y i E_z), większy współczynnik Poissona dla trzech płaszczyzn (ν_{xy} , ν_{yz} i ν_{xz}), a także moduł Kirchoffa w trzech kierunkach (G_{xy} , G_{yz} i G_{xz}). Wszystkie materiały, z których składa się modelowana płyta kompozytowa zalicza się do grupy ortotropowych. Dane materiałowe określono przede wszystkim na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych. Zakres tych badań był następujący:

- (1) badanie warstw zewnętrznych (folii aluminiowej i tkaniny szklanej) w teście jednoosiowego rozciągania,
- (2) badanie warstwy rdzenia (wełny mineralnej) na ściskanie, rozciąganie oraz na ścinanie,
- (3) pomiary grubości próbek za pomocą mikrometru cyfrowego.

W niektórych przypadkach zostały wykorzystane dane z publikacji i bazy danych materiałowych lub zależności występujących w materiałach ortotropowych [4], [40], [42] – pokazano to w zestawieniu właściwości materiałów użytych do stworzenia modelu numerycznego (tabela 1).

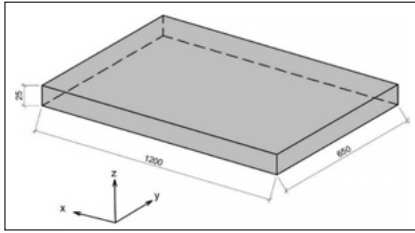
Po zdefiniowaniu własności materiałowych dla poszczególnych warstw wygenerowano przestrzenny układ płyty wielowarstwowej, korzystając z modułu Design Modeler. Geometryczny model płyty o wymiarach 1200x650x25 mm został wygenerowany jako przestrzenny układ składający się z szeregu płaszczyzn, które odpowiadały

Tabela 1. Dane materiałowe w modelu numerycznym płyty wielowarstwowej bez wzmocnień
Table 1. Material data in the numerical model of a multilayer plate without reinforcements

Nazwa materiału	Gęstość [kg/m ³]	Moduł Younga [MPa]	Większy wsp. Poissona	Moduł ścinania [MPa]
Folia aluminiowa wzmocniona włóknem szklanym	$\rho = 979$	$E_x = 5577$	$\nu_{xy} = 0,07^{[4]}$	$G_{xy} = 2606^*$
		$E_y = 5577$	$\nu_{yz} = 0,2^{[4]}$	$G_{xz} = 372^{[4]}$
		$E_z = 697^{[4]}$	$\nu_{xz} = 0,2^{[4]}$	$G_{yz} = 372^{[4]}$
Wełna mineralna	$\rho = 71$	$E_x = 1,4$	$\nu_{xy} = 0,00^{[40][42]}$	$G_{xy} = 0,7^*$
		$E_y = 1,4$	$\nu_{yz} = 0,00^{[40][42]}$	$G_{xz} = 0,31$
		$E_z = 0,038$	$\nu_{xz} = 0,00^{[40][42]}$	$G_{yz} = 0,31$
Tkanina szklana	$\rho = 905$	$E_x = 8205$	$\nu_{xy} = 0,04^{[4]}$	$G_{xy} = 3944^*$
		$E_y = 8205$	$\nu_{yz} = 0,17^{[4]}$	$G_{xz} = 563^{[4]}$
		$E_z = 912^{[4]}$	$\nu_{xz} = 0,17^{[4]}$	$G_{yz} = 563^{[4]}$

gdzie:

$$* G_{xy} = \frac{E_{(x \text{ lub } y)}}{2(1 + \nu_{xy})} \quad [20]$$

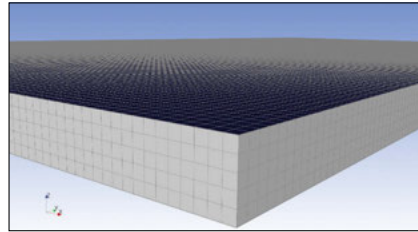


Rys. 1. Geometria płyty z jej wymiarami
Fig. 1. Geometry of the plate with its dimensioning

rzeczywistej geometrii płyty (rys. 1). Ważnym aspektem modelu jest wybór gęstości siatki, gdyż zbieżność wyników uzyskuje się, gdy w modelu zastosuje się odpowiednią liczbę elementów; jest to w praktyce osiągnięte, gdy wzrost gęstości siatki ma znikomy wpływ na wyniki [1], [28]. W przypadku braku dostatecznej liczby węzłów obliczeniowych lub ich nierównomiernym rozmieszczeniu (błędna dyskretyzacja), można nie uzyskać zbieżności lub otrzymać wyniki obarczone błędami. Na potrzeby niniejszego modelu przyjęto rozmiar siatki o długości boku równym 5 mm, który zapewniał błąd dyskretyzacji <5%. Wartość ta została ustalona poprzez przeliczenie kilku wariantów (z siatkami w zakresie od 25 do 3 mm). Przy wartościach większych lub równych 25 mm uzyskanie zbieżności nie było możliwe. W przedziale poniżej 25 mm do 5 mm uzyskiwano zbieżność, lecz przy wartości 5 mm uzyskiwano wartości ugięć najbardziej zbliżone do wyników z badań eksperymentalnych. Zmniejszenie wielkości boku poniżej 5 mm nie powodowało zmian uzyskiwanych wyników, a jedynie wydłużało czas obliczeń. Symulację wykonano przyjmując bryłowy typ elementu skończonego solid185. Jest on trójwymiarowym, jednorodnym elementem skończonym, zawierającym 8 węzłów obliczeniowych na krawędziach z trzema stopniami swobody w każdym węźle [12]. Wykorzystywany jest do szeroko pojętych obliczeń wytrzymałościowych: ma zdolność do przenoszenia odkształceń sprężystych, plastycznych, dużych ugięć oraz pełzania. Korzystając z modułu do modelowania kompozytów ANSYS Composite Pre-Post (ACP), określono rodzaje warstw, z których składa się kompozyt i przypisano im wprowadzone wcześniej dane materiałowe. Każda z warstw zewnętrznych płyty została zamodelowana jako pojedyncza warstwa. Z kolei rdzeń płyty z wełny mineralnej został podzielony na pięć warstw. Zabieg ten miał na celu spełnienie zaleceń zawartych w [12], aby w przypadku użycia elementów bryłowych typu solid185 do budowy modelu numerycznego, łączna liczba warstw przez przekrój modelu wynosiła co najmniej trzy. Ostatecznie model dyskretny składał się z 7 warstw. Ich zestawienie wraz z grubościami

Tabela 2. Kolejność ułożenia warstw w zamodelowanym kompozycie
Table 2. Layering order in the modelled composite

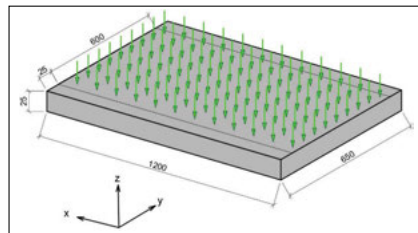
Nazwa warstwy (kolejność ułożenia od góry do dołu)	Nr warstwy	Grubość [mm]
Tkanina szklana	1	0,1422
Wełna mineralna	2	5
	3	5
	4	5
	5	5
	6	5
Folia aluminiowa wzmocniona włóknem szklanym	7	0,1592



Rys. 2. Model laminatu po wykonaniu dyskretyzacji
Fig. 2. Laminate model after discretization

zostało ujęte w tabeli 2 oraz przedstawione na rys. 2.

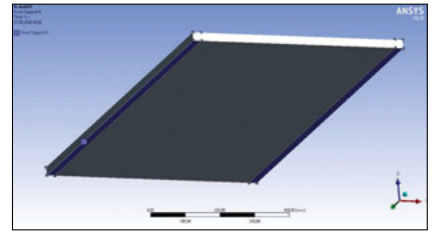
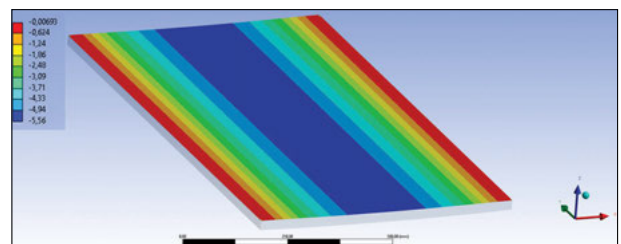
Badany model został poddany działaniu ciśnienia, równomiernie rozłożonego na powierzchnię płyty, w kierunku osi z i przeciwnym do niej zwrocie (rys. 3), zgodnie z założeniami badań doświadczalnych [27].



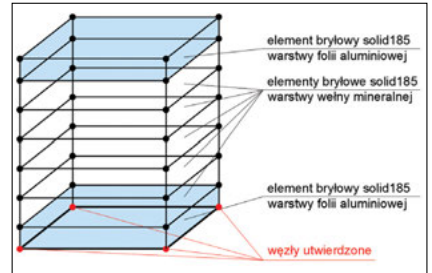
Rys. 3. Wektory ciśnienia działającego na płytę
Fig. 3. View of the loads (pressure) acting on the plate

Istotną w rozpatrywanych przypadkach będzie rola warunków brzegowych, jakie zostaną przyjęte na krawędziach płyty. Jako utwierdzenie przyjęto pasma o szerokości 25 mm wzdłuż dłuższego boku płyty (zaznaczone na rys. 4 oraz przedstawione na rys. 5). W programie umiejscowiono w tych punktach podpory typu displacement. Podpora ta odbiera punktom węzłowym możliwość przemieszczeń w kierunku osi x, y i z.

Rys. 6. Rozkład naprężeń normalnych w warstwie tkaniny szklanej badanej płyty
Fig. 6. Distribution of normal stresses in the glass fabric layer of the tested plate



Rys. 4. Utwierdzenia wzdłuż dłuższego boku płyty
Fig. 4. Restraints along the long side of the plate



Rys. 5. Schemat utwierdzenia elementów bryłowych w modelu płyty
Fig. 5. Restraint scheme for solid elements in the plate model

Wzdłuż krótszego boku płyty przyjęto warunki brzegowe umożliwiające swobodne odkształcenia w kierunku osi x i z, odebrano natomiast możliwość przemieszczeń w kierunku y. Zdecydowano się na takie rozwiązanie, gdyż początkowe symulacje wykazały, że przemieszczenia w tym kierunku są stosunkowo małe (rzędu setnych części milimetra). Odebranie możliwości przemieszczeń w kierunku y pozwoliło na znaczne skrócenie czasu obliczeń. Obliczeń dokonano z użyciem modułu obliczeniowego Static Structural i solverem Mechanical APDL.

Stosując w odniesieniu do każdej z warstw wybrane kryterium zniszczeniowe określono wytrzymałość każdej z nich, a tym samym znaleziono warstwę, która uległa zniszczeniu jako pierwsza. Wyznaczono zatem obciążenie, przy którym nastąpi zniszczenie tej warstwy. Nosi ono nazwę obciążenia niszczonego pierwszą warstwę (ang. first ply failure load [12]). Po wykonaniu wstępnych obliczeń w zakresie liniowym, dokonano analizy naprężeń w warstwie tkaniny z włókna szklanego. Odczytano wartość naprężeń normalnych przy ciśnieniu odpowiadającym przekroczeniu wytrzymałości warstwy na ściskanie (tj. przy 450 Pa, zarejestrowana w czasie badań eksperymentalnych

[27]). Wartość ta wynosiła 5,56 MPa i została przejęta jako kryterium inicjujące zniszczenie tej warstwy laminatu. Na rys. 6 pokazano rozkład naprężeń normalnych w warstwie tkaniny szklanej (w MPa).

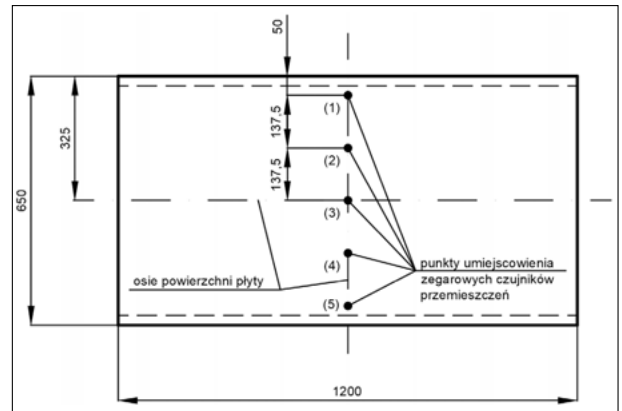
Oprócz kryterium wytrzymałościowego na ściskanie warstwy tkaniny szklanej, uwzględniono potencjalne zniszczenie warstw przy wartościach naprężeń uzyskanych w trakcie badań materiałowych (tabela 3). Następnie program dokonywał przeliczenia modelu z uwzględnieniem kryterium zniszczenia, czyli uwzględniającego nieliniowości materiałowe. Przyjęto założenie, że po spełnieniu kryterium zniszczenia górnej warstwy, pozostałe warstwy nadal przenoszą obciążenia, czyli zniszczenie pierwszej warstwy nie oznacza wyczerpania nośności laminatu jako całości. Po wyeliminowaniu warstwy zniszczonej, dla „nowego” laminatu (czyli uwzględniającego tylko pozostałe warstwy) wyznaczano nowe macierze sztywności, a następnie dokonywano sprawdzenia czy pozostałe nieuszkodzone warstwy laminatu mogą przenieść obciążenie. Zestawienie kryteriów zniszczeniowych przedstawiono w tabeli 3.

Tabela 3. Kryteria zniszczenia dla modelu numerycznego bez wzmocnień
Table 3. Failure criteria for the numerical model without reinforcements

Nazwa materiału	Kryterium zniszczeniowe	Kierunek działania sił	Wartość inicjująca [MPa]
Tkanina szklana	Naprężenia ściskające	x, y	5,56
Wetna mineralna	Naprężenia ściskające	x, y	0,114
	Naprężenia rozciągające	z	0,0033
	Naprężenia ścinające	yz, xz	0,021

W analizie nieliniowej całkowite obciążenie zastosowane do modelu elementów skończonych jest podzielone na serie przyrostów obciążenia zwanych krokami obciążenia. Po zakończeniu każdego przyrostowego rozwiązania macierz sztywności modelu jest dostosowywana w celu odzwierciedlenia zmian sztywności konstrukcji przed przejściem do następnego przyrostu obciążenia. Do wyznaczania kolejnych macierzy sztywności podczas kolejnych kroków zastosowano metodę iteracyjną. Rozwiązanie nieliniowego równania przemieszczeń zapewniono z wykorzystaniem metody Newtona – Raphsona [19]. Kryteria zbieżności w badanym modelu oparto na siłach i przemieszczeniu, a granice tolerancji zbieżności zostały ustalone jak domyślne wartości programu ANSYS. Minimalna liczba kroków w modelu wynosiła 10, a maksymalna 100. Wielkość kroku była zmieniana po każdej iteracji i dopasowywa-

Rys. 7. Usytuowanie punktów pomiarowych
Fig. 7. Location of measurement points

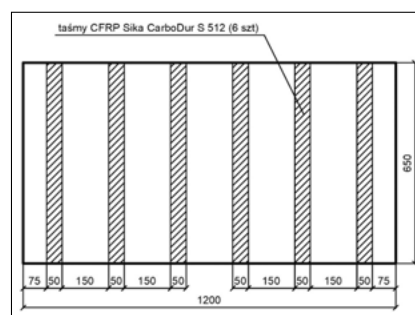


na przez program w zależności od przewidywanej wartości rozwiązania.

Wartości ugięć odczytywano w pięciu punktach pomiarowych, ich lokalizacja odpowiadała rozmieszczeniu punktów pomiarowych w badaniach eksperymentalnych [25], [27], które wykonano na pięciu identycznych płytach (próbkach). Rozmieszczenie punktów pomiarowych pokazano na rys. 7.

Model numeryczny płyty ze wzmocnieniami

W celu zbadania wpływu rodzaju materiału wzmacniającego, do badań przewidziano wzmocnienia taśmami CFRP ułożonymi poprzecznie (wzdłuż krótszego boku płyty). W ramach tego wariantu przebadano taśmy typu Sika CarboDur S512 (szerokość 50 mm, grubość 1,2 mm). Do badań użyte zostało to samo stanowisko badawcze, co w [25], [27], nie zmieniono również metodyki badań. Zastosowano takie same płyty pod względem typu i gabarytów jak przy badaniach płyt niewzmocnionych. Badaniom poddano dwie płyty w każdej serii. Wzmocnie-



Rys. 8. Schemat rozmieszczenia taśm wzmacniających
Fig. 8. Layout of reinforcing strips

Tabela 5. Dane materiałowe dla płyty wielowarstwowej ze wzmocnieniami [23]
Table 5. Material data for multilayer plate with reinforcements [21]

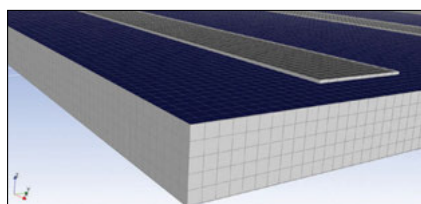
Nazwa materiału	Gęstość [kg/m ³]	Moduł Younga [MPa]	Większy wsp. Poissona	Moduł Kirchoffa [MPa]
CFRP	1600	$E_x = 160000$	$\nu_{xy} = 0,27$	$G_{xy} = 4700$
		$E_y = 8600$	$\nu_{yz} = 0,4$	$G_{yz} = 3100$
		$E_z = 8600$	$\nu_{xz} = 0,27$	$G_{xz} = 4700$
Żywica epoksydowa	1650	$E = 9600$	$\nu = 0,35$	$G = 3556$

niami postanowiono pokryć 25% powierzchni płyty, która wynosi 0,78 m². Przy szerokości płyty 0,65 m pokrycie w 25% równało się naklejeniu 6 pasm (rys. 8). Taśmy przyklejono do płyty za pomocą zalecanego przez producenta kleju CarboDur 30.

Budowę modelu rozpoczęto od aktualizacji danych wejściowych dla modelu, czyli uzupełnienia bazy danych materiałowych o taśmy CFRP. Na podstawie przytoczonych wyników badań wytrzymałościowych [22], [23], [29], [33], [34] można przyjąć założenie, iż dane materiałowe deklarowane przez producenta są wiarygodne. Ze względu na dużo niższą wytrzymałość w kierunku wzdłuż włókien niż w kierunkach prostopadłych do nich oraz ze względu na trudności w badaniach wytrzymałościowych w tych kierunkach, producenci materiałów FRP podają jednak przeważnie wartości największe, czyli w kierunku wzdłuż włókien. Badania [10], [13], [21], [30] pokazują jednakże, iż dla kompozytów CFRP wartości modułu Younga wzdłuż osi Y i Z są wielokrotnie mniejsze i są ok. 15 razy mniejsze od wartości modułu Younga uzyskanego z badań przeprowadzanych w kierunku zgodnym z osią X. Dzieje się tak, gdyż elementem najbardziej poddanym działaniu sił jest w tym przypadku macierz kompozytu, a nie same włókna. Żywica epoksydowa została zamodelowana jako materiał izotropowy. Podsumowanie właściwości materiałowych zastosowanych do modelowania wzmocnień kompozytowych przedstawiono w tabeli 5.

Wymiary płyty pozostają takie same jak w badaniu eksperymentalnym płyty bez wzmocnień. Wykorzystując moduł Design Modeler, wygenerowano model płyty ze wzmocnieniami o wymiarach zgodnych

z badaniem eksperymentalnym. Następnym etapem było określenie sposobu połączenia dwóch elementów – płyty i taśm CFRP – w modelu numerycznym. Na potrzeby niniejszego opracowania, przyjęto doskonałe połączenie pomiędzy taśmami CFRP a płytą kompozytową. Aby je zapewnić w modelu komputerowym, element brytowy odwzorowujący żywicę epoksydową, spajającą te dwa materiały, posiadał wspólne węzły z każdą z sąsiadujących powierzchni. Wysoka wytrzymałość żywicy epoksydowej używanej do łączenia materiałów CFRP i brak odspojenia pomiędzy płytą a taśmami w całym zakresie badanych ciśnień, w pełni uzasadniają zastosowanie takiego rozwiązania połączenia materiału w modelu numerycznym. Geometrię płyty ze wzmocnieniami po wykonaniu dyskretyzacji przedstawiono na rys. 9. Zastosowano w tym przypadku takie same kryteria zniszczenia co w modelu bez wzmocnień, ponieważ w trakcie badań eksperymentalnych nie stwierdzono zniszczenia taśm CFRP ani warstwy kleju, które wymagały uwzględnienia warunków zniszczenia dla tych warstw. Uwzględniono tutaj zniszczenie warstw przy przekroczeniu dopuszczalnych naprężeń w pozostałych warstwach.



Rys. 9. Widok siatki MES płyty ze wzmocnieniami poprzecznymi
Fig. 9. FEM mesh view of a plate with transverse reinforcements

Wyniki badań

Analiza numeryczna (rys. 10-14) obrazuje zgodność modelu z wynikami badań doświadczalnych przeprowadzonych w zakresie odkształceń liniowych. Po przekroczeniu wartości naprężeń powodujących zniszczenie warstwy tkaniny szklanej zauważalna jest mniejsza zgodność modelu i eksperymentu. Dyspersja statystyczna badanych wielkości nie wskazuje jednak na konieczność uwzględnienia tych statystyk w dalszej analizie uzyskanych wyników, gdyż wyniki symulacji numerycznej mieszczą się w zakresie wyników z badań doświadczalnych [27].

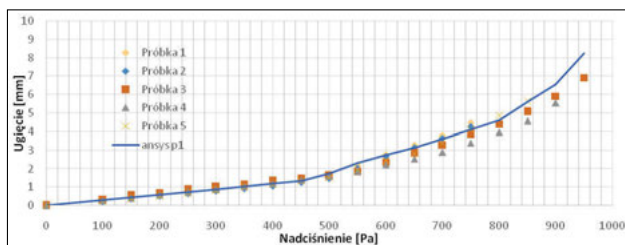
Dla określonej zgodności wyników symulacji z badaniami eksperymentalnymi, dokonano analizy numerycznej także dla innych wariantów szerokości płyty oraz większych zakresów ciśnień. W analizie numerycznej analizowano płyty P-200, P-250, P-300, ..., P-800, o szerokości od 200 do 800 mm, a zakres tych wariantów odpowia-

da przeciętnym minimalnym i maksymalnym szerokościom przewodów kompozytowych stosowanym w instalacjach [25], [27]. Na rys. 15 przedstawiono wyniki symulacji numerycznej, w postaci zależności ugięcia płyt od nadciśnienia pomierzone w punkcie środkowym, dla którego ugięcia były największe.

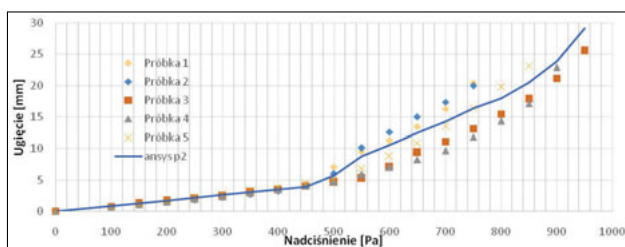
Uzyskane wyniki analizy numerycznej porównane z wynikami badań doświad-

czalnych zobrazowano na kolejnych wykresach (rys. 16-20). Przy nadciśnieniu powyżej 1000 Pa dla punktów 2, 3 i 4 oraz dla punktów 1 i 5 w całym zakresie ciśnień zauważalne jest większe niedopasowanie modelu eksperymentalnego i teoretycznego. Może to wynikać z natury iteracyjnej metody elementów skończonych oraz imperfekcji próbek badanych eksperymentalnie.

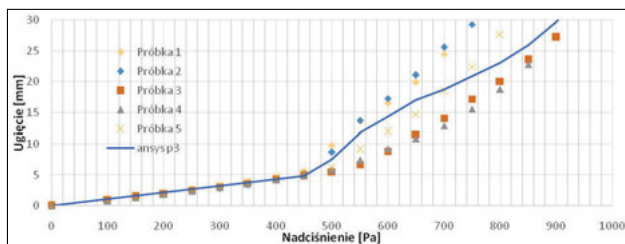
Rys. 10. Porównanie wyników analizy numerycznej z wynikami badań eksperymentalnych – punkt nr 1
Fig. 10. Comparison of the results of numerical analysis with the results of experimental tests – point no. 1



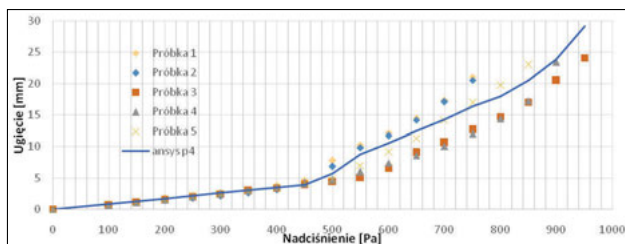
Rys. 11. Porównanie wyników analizy numerycznej z wynikami badań eksperymentalnych – punkt nr 2
Fig. 11. Comparison of the results of numerical analysis with the results of experimental tests – point no. 2



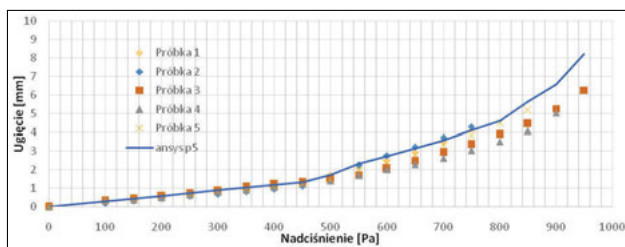
Rys. 12. Porównanie wyników analizy numerycznej z wynikami badań eksperymentalnych – punkt nr 3
Fig. 12. Comparison of the results of numerical analysis with the results of experimental tests – point no. 3



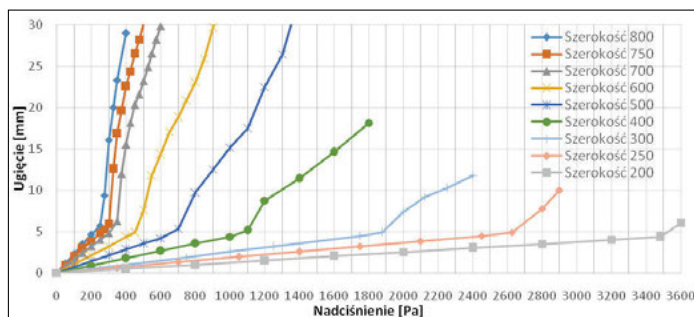
Rys. 13. Porównanie wyników analizy numerycznej z wynikami badań eksperymentalnych – punkt nr 4
Fig. 13. Comparison of the results of numerical analysis with the results of experimental tests – point no. 4

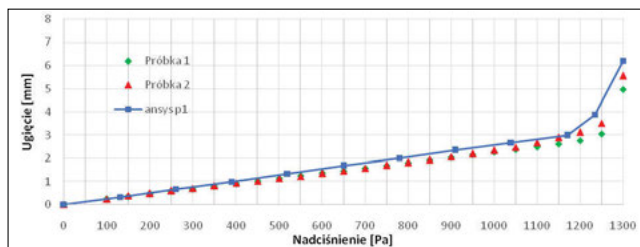


Rys. 14. Porównanie wyników analizy numerycznej z wynikami badań eksperymentalnych – punkt nr 5
Fig. 14. Comparison of the results of numerical analysis with the results of experimental tests – point no. 5

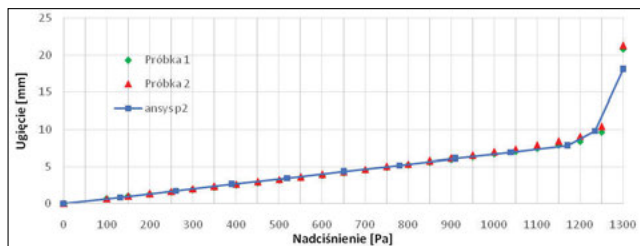


Rys. 15. Wyniki analizy numerycznej – ugięcia płyt bez wzmocnień w punkcie środkowym
Fig. 15. Results of numerical analysis – deflections of plates without reinforcements at midpoint

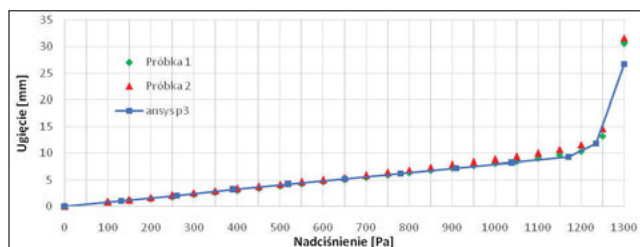




Rys. 16. Porównanie wyników analizy numerycznej z wynikami badań eksperymentalnych płyt wzmacnionych – punkt nr 1
Fig. 16. Comparison of the results of numerical analysis with the results of experimental testing of reinforced plates – point no. 1



Rys. 17. Porównanie wyników analizy numerycznej z wynikami badań eksperymentalnych płyt wzmacnionych – punkt nr 2
Fig. 17. Comparison of the results of numerical analysis with the results of experimental testing of reinforced plates – point no. 2



Rys. 18. Porównanie wyników analizy numerycznej z wynikami badań eksperymentalnych płyt wzmacnionych – punkt nr 3
Fig. 18. Comparison of the results of numerical analysis with the results of experimental testing of reinforced plates – point no. 3

Przekroczenie dopuszczalnej wartości naprężeń ścinających τ_{xz} w warstwie z wełny mineralnej (rys. 21) jest powodem awarii płyty ze wzmocnieniami. Skutek awarii widoczny jest na rys. 15-19 w postaci nagłego wzrostu ugięcia płyty. Dzięki zastosowaniu wzmocnień, zostaje zwiększona sztywność kompozytu, jednak przy większych wartościach nadciśnienia oddziaływującego na płytę (w stosunku do płyty niewzmocnionej), środkowa warstwa wełny mineralnej ulega ściśnięciu. Reakcja podpory wraz z ugięciami płyty powoduje wzrost naprężeń ścinających. Dokładne zbadanie mechanizmu odspojenia w tym przypadku wymaga dalszych badań, jednak przypuszcza się, że efekt ten można byłoby zmniejszyć poprzez skrócenie wzmocnienia i odsunięcie go od strefy oddziaływania podpory.

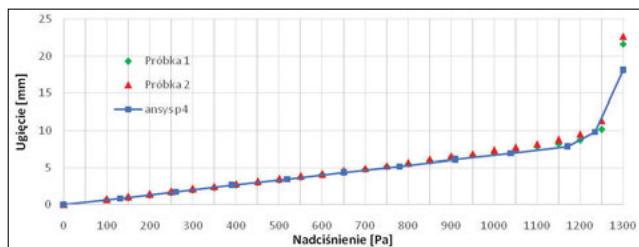
Analizując rozkład naprężeń w warstwie wełny szklanej (rys. 22) i na podstawie wyników przeprowadzonego programu badawczego, można również dojść do wniosku, iż podobne efekty wzmocnienia

Rys. 22. Rozkład naprężeń normalnych w warstwie tkaniny z włókna szklanego dla płyty wzmacnionej poprzecznie
Fig. 22. Distribution of normal stresses in the glass fiber fabric layer for a transversely reinforced plate

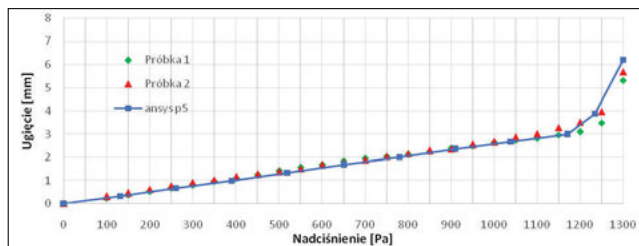
można by otrzymać, stosując wzmocnienia o mniejszej szerokości lub liczbie, jednak aby potwierdzić tę hipotezę konieczne są dalsze analizy. Ponieważ taśmy CFRP są materiałem stosunkowo drogim, dalsze badania postanowiono ukierunkować na optymalizację liczby wzmocnień.

Podsumowanie

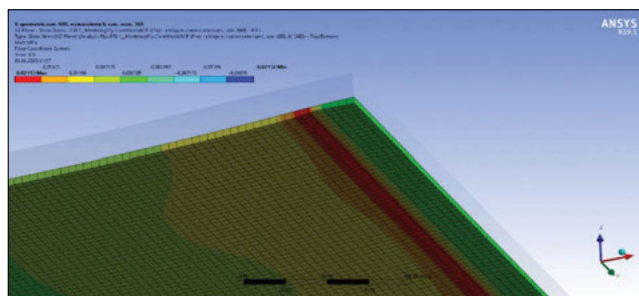
Przedstawiony w artykule model numeryczny płyt warstwowych bez i z wzmocnie-



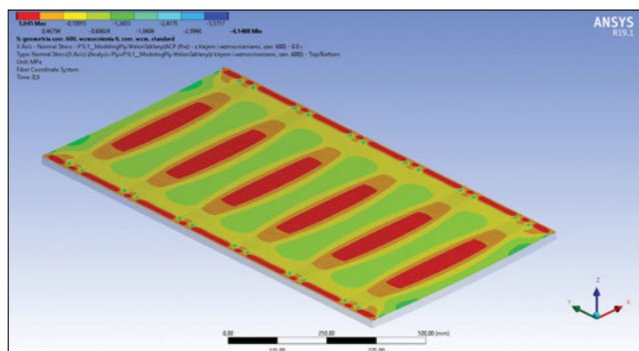
Rys. 19. Porównanie wyników analizy numerycznej z wynikami badań eksperymentalnych płyt wzmacnionych – punkt nr 4
Fig. 19. Comparison of the results of numerical analysis with the results of experimental testing of reinforced plates – point no. 4



Rys. 20. Porównanie wyników analizy numerycznej z wynikami badań eksperymentalnych płyt wzmacnionych – punkt nr 5
Fig. 20. Comparison of the results of numerical analysis with the results of experimental testing of reinforced plates – point no. 5



Rys. 21. Naprężenia ścinające w płaszczyźnie xz
Fig. 21. Shear stresses in the xz plane



niami taśmami CFRP pozwolił na uzyskanie dużej zgodności deformacji tych płyt z przeprowadzonymi wcześniej badaniami eksperymentalnymi. Efekt ten uzyskano przez zastosowanie bryłowych elementów skończonych realizujących trójwymiarowy stan naprężenia. Na podkreślenie zasługuje fakt dużej zbieżności wyników eksperymentu z symulacją komputerową w zakresie nieodwracalnych odkształceń w zakresie nieliniowym bliskim zniszczeniu struktury. Oznacza to przydatność modelu do analizy niezawodności

i trwałości badanych struktur. Zastosowanie zaprezentowanego modelu do analizy numerycznej płyt o zróżnicowanej szerokości pozwoliło na uzyskanie analitycznych zależności opisujących maksymalne dopuszczalne ciśnienie w przewodzie od szerokości tej płyty, co może znaleźć duże zastosowanie przy projektowaniu i optymalizacji przewodów wentylacyjnych i klimatyzacyjnych. Przewody kompozytowe mogą być z powodzeniem stosowane w większości instalacji, którym stawia się wysokie wymagania akustyczne (np. w kinach, teatrach i biurach), tym bardziej, iż koszt wykonania instalacji z kompozytowych przewodów wentylacyjnych jest wyższy tylko o 10% w porównaniu do technologii tradycyjnej [26]. Ze względu na niższą wytrzymałość w porównaniu do przewodów stalowych, szczególnie dobrze sprawdzają się w tych fragmentach instalacji, w których występuje odpowiednio niskie ciśnienie statyczne, czyli np. w przewodach rozprowadzających i odgałęzieniach w pobliżu anemostatów. Rozwiązania z użyciem kompozytów mają szereg zalet, do których można zaliczyć: niską masę ułatwiającą montaż; możliwość wykonywania kształtek na miejscu, bez oczekiwania na gotowe elementy; niższe koszty transportu na budowę oraz mniej miejsca potrzebnego na składowanie. Zastosowanie płyt o wyższej wytrzymałości pozwoliłoby na dodatkowe zwiększenie ich praktycznego zastosowania w instalacjach wentylacyjnych i klimatyzacyjnych, ze względu na niską wytrzymałość kompozytu oraz podatność struktury materiału na uszkodzenia. Konieczne są dalsze badania nad odkształceniami przewodów wentylacyjnych. Oczekuje się, że niniejszy artykuł pobudzi zainteresowanie tą dziedziną.

PODZIĘKOWANIA

Artykuł powstał w ramach projektu badawczego OPUS 2021/41/B/ST8/02432 pt. "Entropia probabilistyczna w obliczeniach inżynierskich" sponsorowanego przez Narodowe Centrum Nauki.

LITERATURA

- [1] Adams, V., Askenazi, A. Building better products with finite element analysis. OnWord Press, Santa Fe, 1998.
- [2] Altenbach, H., Altenbach, J., Kissing, W. Mechanics of composite structural elements. Springer, 2004.
- [3] Bathe, K. J. Finite element procedures. Prentice – Hall, Inc., New Jersey 1996.
- [4] Baza danych materiałowych ANSYS GRANTA.
- [5] Becker, A. Introductory guide to finite element analysis. ASME Press, 2003.
- [6] Bielski, J. Wprowadzenie do inżynierskich zastosowań MES. Politechnika Krakowska, Kraków 2010.
- [7] Björck, Å. Least squares methods. Handbook of numerical analysis. Vol. I. Elsevier/North – Holland, 1990.
- [8] Bredow, R., Kamiński, M. Structural safety of the steel hall under dynamic excitation using the relative probabilistic entropy concept. Materials, 2002, 15, 3587, <https://doi.org/10.3390/ma15103587>.
- [9] Dash, P., Singh B. N. Geometrically nonlinear bending analysis of laminated composite plate. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 15, 2010.
- [10] Dąbrowski, H. Wytrzymałość polimerowych kompozytów włóknistych. Oficyna Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2002.
- [11] Dębski, H., Kubiak, T. Modelowanie procesu zniszczenia ściskanych słupów kompozytowych z wykorzystaniem naprężeniowych kryteriów zniszczenia. Stability of Structures XIV-th Symposium, Zakopane 2015.
- [12] Dokumentacja programu ANSYS 19.1.
- [13] Eksi, S., Genel, K. Comparison of mechanical properties of unidirectional and woven carbon, glass and aramid fiber reinforced epoxy composites. Acta Physica Polonica A, Vol. 132, No. 3-11, 2017.
- [14] Eurokod 0, Podstawy projektowania konstrukcji. Europejski Komitet Normalizacyjny, Bruksela, 2002.
- [15] Fukada, J. Stress redistribution as an effect of non-uniform in-plane laminate stresses in laminate composite plates. Composite Structures, 01/2017.
- [16] German, J. Podstawy mechaniki kompozytów włóknistych. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 1996.
- [17] Gibson, R. F. Principles of Composite Material Mechanics. McGraw-Hill, Inc., New York, 1994.
- [18] Hampson, P. Experimental and numerical study of composite material subjected to low velocity impact. Salford Postgraduate Annual Research Conference, Vol. 10-11, 2007
- [19] Han, W., Petyt, M., Hsiao, Kuo-Mo. An investigation into geometrically nonlinear analysis of rectangular laminated plates using the hierarchical finite element method. Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 18, Issues 1-3, 1994.
- [20] Jones, R. M. Mechanics of composite materials, 1975.
- [21] Kachlakev, D., Miller, T. Finite element modeling of reinforced concrete structures strengthened with FRP laminates. Oregon Department of Transportation, 2001.
- [22] Kałuża, M., Bartosik T. Wzmacnianie konstrukcji materiałami na bazie włókien węglowych, szklanych i aramidowych. Materiały budowlane, nr 414 2/2017.
- [23] Kamińska, M. E., Kotynia, R., Doświadczalne badania żelbetowych belek wzmocnionych taśmami CFRP, Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska Politechniki Łódzkiej, Łódź 2000.
- [24] Kamiński, M. M. A generalized stochastic perturbation technique for plasticity problems. Computational Mechanics, vol. 45, 2010.
- [25] Kegler, K. Badania kompozytowych kanałów wentylacyjnych w warunkach nadciśnienia. Współczesne zagadnienia z inżynierii lądowej. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2020.
- [26] Kegler, K. Koszty instalacji wentylacyjnej z materiałów kompozytowych w porównaniu do rozwiązań tradycyjnych. Rynek Instalacyjny, Tom 02, 2017.
- [27] Kegler, K., Cichowicz, R., Kamiński, M. Doświadczalne wstępne badania odkształcalności płyt kompozytowych, wykorzystywanych do budowy przewodów wentylacyjnych i klimatyzacyjnych. INSTAL, 11/2023.
- [28] Knupp, P. M., Algebraic mesh quality metrics for unstructured initial meshes. Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 39, No. 3, 2003.
- [29] Kowal, M., Łagoda, M. Wzmacnianie konstrukcji stalowych taśmami kompozytowymi CFRP. Drogi i Mosty Nr 16, 2017.
- [30] Mayer, P., Kaczmar, J. Właściwości i zastosowania włókien węglowych i szklanych. Tworzywa Sztuczne i Chemia, nr 16/2008.
- [31] Meier, U. Strengthening of structures using carbon fibre/epoxy composites. Construction and Building Materials, Vol. 9 Nr 6, 1995.
- [32] Moshiri, N., Martinelli, E., Breveglieri, M., Czaderski, C. Experimental tests and numerical simulations on the mechanical response of RC slabs externally strengthened by passive and prestressed FRP strips. Engineering Structures, Vol. 292, 2023.
- [33] Nowak, T. Wzmacnianie drewnianych konstrukcji zabytkowych przy użyciu taśm węglowych. Wiadomości Konserwatorskie 14/2003.
- [34] Ochelski, S. Metody doświadczalne mechaniki kompozytów konstrukcyjnych. PWN, Warszawa, 2018.
- [35] Oguibe, Chuks N., Webb, David C. Finite-element modelling of the impact response of a laminated composite plate. Composites Science and Technology, Vol. 59, Issue 12, 1999.
- [36] Ochoa, O. O., Reddy, J. N. Finite element analysis of composite laminates. Kluwer Academic Publishers, 1992.
- [37] Pica, A., Wood, R. D., Hinton, E. Finite element analysis of geometrically nonlinear plate behaviour using a Mindlin formulation. Computers & Structures, Vol. 11, Issue 3, 1980.
- [38] Prucz, J. C., Shoukry, S. N., Chandramohan, S., Mitchell, S. An analytical model for interactive design of cylindrical composite ducts with upright bolted flanges. Composite Structures, Vol. 61, Issue 3, 2003.
- [39] Reddy, Y. S. N., Pandey, A.K. A first-ply failure of composite laminates. Computers & Structures, Vol. 25, Issue 3, 1987.
- [40] Rice, H. J., Göransson, P. A dynamic model of light fibrous materials. International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 41, Issues 4-5, 1999.
- [41] Semyeong, L., Won, C., Hyunbum, P. A study on design of s-duct structures and air intake for small aircraft applied to high strength carbon-epoxy composite materials. Materials, 2022.
- [42] Tarnov, V. Dynamic measurements of the elastic constants of glass wool. The Journal of the Acoustical Society of America, 118(6), 2005.
- [43] Timoszenko, S., Goodier, J. N. Teoria sprężystości. 1962.
- [44] Timoszenko, S., Woinowsky – Krieger, S. Teoria płyt i powłok. 1959.
- [45] Wing, Kam L., Shaofan, L. Eighty years of finite element method: birth, evolution and future. Archives of Computational Engineering, Vol. 29, 2022
- [46] Whitney, James M. et al. Experimental mechanics of fiber reinforced composite materials. Society for Experimental Mechanics, 1982.
- [47] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., Zhu J.Z. Finite Element Method for Solid and Structural mechanics. Elsevier Butterworth–Heinemann, 2005.
- [48] Zienkiewicz, O. C., Wood, R. D. Geometrically nonlinear finite element analysis of beams, frames, arches and axisymmetric shells. Computers & Structures, Vol. 7, Issue 6, 1977.