

# Minimalne prędkości fluidyzacji podczas płukania wybranych złóż filtracyjnych

Minimum fluidization velocities during backwashing of selected filter beds

PAWEŁ GUZDEK, MICHAŁ ZIELINA

DOI 10.36119/15.2024.7-8.6

Filtracja pospieszna jako jeden z istotnych procesów jednostkowych w uzdatnianiu wody wymaga odpowiednio zaprojektowanego procesu płukania złóż filtracyjnych. Istotnym zagadaniem wpływającym na prawidłową hydraulikę płukania wstecznego jest określenie minimalnej prędkości fluidyzacji. Prędkość ta jest zależna od cech fizycznych materiałów filtracyjnych, takich jak: gęstość, porowatość, uziarnienie a także kształt ziaren złóż. Określenie tych wielkości umożliwia wykonanie obliczeń minimalnej prędkości fluidyzacji istotnej ze względu na możliwość określenia momentu początku ekspansji złoża, wyznaczenia minimalnego przepływu na jaki dobiera się pompę płuczącą. W ramach przeprowadzonych badań wyznaczono parametry fizyczne najczęściej stosowanych materiałów filtracyjnych takich jak piasek i hydrantracyt, a także coraz częściej wykorzystywanych w ostatnich latach w Europie złóż keramzytowych o wysokiej i niskiej gęstości. Zmierzone wartości wykorzystano w obliczeniach minimalnej prędkości fluidyzacji ( $V_{mf}$ ) najczęściej stosowanymi w literaturze równaniami. Wyniki obliczeń minimalnych prędkości fluidyzacji złóż zestawiano z wynikami przeprowadzanych pomiarów eksperymentalnych w skali półtechnicznej laboratoryjnej. Analizując uzyskane wyniki stwierdzono, że minimalną prędkość fluidyzacji dla piasku kwarcowego oraz keramzytu wysokiej gęstości najlepiej wyznaczyć wzorem Gidaspow'a, natomiast minimalną prędkość fluidyzacji hyroantracytu oraz keramzytu o niskiej gęstości najdokładniej oblicza się ze wzoru opracowanego przez Majcherek.

*Słowa kluczowe: fluidyzacja, płukanie wsteczne, złoża filtracyjne, keramzyt, uzdatnianie wody*

Rapid filtration as one of the important unit processes in water treatment requires a properly designed process of rinsing filter beds. An important issue affecting the correct backwash hydraulics is determining the minimum fluidization velocity. This velocity depends on the physical characteristics of filter materials, such as density, porosity, grain size and the shape of bed grains. Determining these values makes it possible to calculate the minimum fluidization speed, which is important for determining the moment of the beginning of the bed expansion and determining the minimum flow for which the rinsing pump is selected. As part of the research, the physical parameters of the most commonly used filter materials, such as sand and hydranthracite, were determined, as well as the high- and low-density expanded clay deposits that have been increasingly used in Europe in recent years. The measured values were used in the calculation of the minimum fluidization velocity ( $V_{mf}$ ) using the equations most commonly used in the literature. The results of calculations of the minimum fluidization velocities of the beds were compared with the results of experimental measurements carried out on a semi-technical laboratory scale. Analyzing the obtained results, it was found that the minimum fluidization velocity for quartz sand and high-density expanded clay is best determined using Gidaspow's formula, while the minimum fluidization velocity for hyroanthracite and low-density expanded clay is most precisely calculated by the formula used by Majcherek.

*Keywords: fluidization, backwash, filter beds, expanded clay, water treatment*

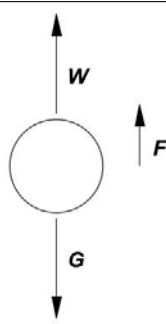
## Wprowadzenie

Filtracja pospieszna to wciąż jeden z istotnych procesów jednostkowych wykorzystywanych w technologiach uzdatniania wody. Prawidłowo zaprojektowany filtr pospieszny powinien charakteryzować się wysoką efektywnością filtrowania. Szczególny wpływ na to mają właściwie dobrane parametry złoża (rodzaj, uziarnienie, gęstość i porowatość) oraz prędkość filtracji. Za utrzymanie odpowiednio niskich strat ciśnienia w złożu filtracyjnym odpowiada cykliczny proces płukania. Filtry pospieszne wypełnione materiałem porowatym ulegają stopniowej kolmatacji zanieczyszczeniami transportowanymi w przepływającej wodzie. Regeneracja złoża wypełniającego taki filtr, jest najczęściej wymagana średnio co 24-72 godziny i przepro-

wadzana jest w formie wstecznego przepływu wody płuczącej [1,2]. Takiemu procesowi powinny towarzyszyć dwa zjawiska. Jedno związane z wyniesieniem zanieczyszczeń osiadłych w przestrzeniach międzyziarnistych i słabo związanych z powierzchniami ziaren oraz drugie dotyczące odrywania się zanieczyszczeń silnie przylegających do materiału filtracyjnego [3]. Celem płukania powinno być usunięcie zarówno zanieczyszczeń silnie jak i słabo przylegających do ziaren złoża, do czego jest konieczne odpowiednie dobranie parametrów strumienia wody płuczącej. W klasycznych analizach procesu fluidyzacji ziaren złoża filtra pospiesznego uwzględnia się zazwyczaj działanie trzech sił działających na pojedyncze ziarno. Są nimi: siła ciężkości, siła wyporu oraz siła dynamiczna wywołana przepływem strumienia płuczącego [3]. Na rys.1 schematycznie

dr inż. Paweł Guzdek, <https://orcid.org/0000-0002-3549-1669>, prof. dr hab. inż. Michał Zielina, <https://orcid.org/0000-0001-7710-8982>  
– Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Środowiska i Energetyki, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków.  
Adres do korespondencji/Corresponding Author: [pawel.guzdek@pk.edu.pl](mailto:pawel.guzdek@pk.edu.pl), [michal.zielina@pk.edu.pl](mailto:michal.zielina@pk.edu.pl)

Rys. 1. Schemat działania sił na pojedyncze ziarno złoża filtracyjnego w trakcie płukania wodnego (W – siła wyporu, G – siła grawitacji, F – siła dynamiczna) [4].



przedstawiono rozkład ich działania. W pierwszej fazie płukania wodnego przy stosunkowo małej intensywności siła wyporu jest mniejsza od siły ciężkości, w konsekwencji czego ziarno pozostaje nieruchome [4]. W początkowym etapie procesu płukania siła dynamiczna przepływającej wody zwiększa się, powodując zmniejszenie ciężaru pozornego ziarna do momentu, kiedy suma sił dynamicznej i wyporu zrówna się z siłą ciężkości, wprawiając ziarno w stan nieważkości. Zwiększanie prędkości przepływu wody od tego momentu powoduje ekspansję ziaren w złożu [4]. Prędkość, przy której ziarna przechodzą ze stanu nieważkości w stan fluidalny określa się mianem minimalnej prędkości fluidyzacji ( $V_{mf}$ ) [5]. Wartość tej prędkości powinna być dobrana tak, aby umożliwić regenerację materiału filtracyjnego poprzez wyniesienie zanieczyszczeń ze złoża, jednocześnie nie doprowadzając do wyniesienia ziaren złoża z wodami popłuczynymi poza górną krawędź koryta przelewowego.

Innymi oprócz klasycznie stosowanej metody płukania opartej na przepływie wstecznym są metody, które wykorzystują sprężone powietrze do bardziej efektywnego przebiegu procesu płukania. Konfiguracja wody i powietrza jako technologii płuczącej bywa zróżnicowana i zakłada kilka rozwiązań. Pierwsze z nich przewiduje rozpoczęcie płukania od użycia powietrza do wzruszenia złoża, po czym następuje klasyczne płukanie wodą [6], kolejne to połączenie mieszaniny wodnopowietrznej jako medium płuczącego i ostatnie opiera swoją technologię na klasycznym płukaniu, ale wsparte jest płukaniem powierzchniowym [7]. Każdy ze sposobów jako główny cykl technologii regeneracji złoża wykorzystuje płukanie wodą jako podstawowe narzędzie do oczyszczania z zanieczyszczeń przestrzeni między ziarnowych materiału filtracyjnego.

Określenie minimalnej prędkości płukania ( $V_{mf}$ ) jest istotne ze względu na możliwość wyznaczenia momentów rozpoczęcia fluidyzacji materiałów filtracyjnych. Wartość tej prędkości opisuje zachowanie się warstw złoża na styku materiałów w złożach wielowarstwowych i ewentualnej migracji ziaren złoża do wyższych warstw lub też ich zapadanie się do materiałów położonych niżej. Stanowi zatem przydatne narzędzie do obliczeniowego sprawdzenia poprawności doboru warstw złożeń w filtrach wielowarstwowych pod kątem reakcji wypełnień na przepływ płuczący jak również stratyfikację złoża po płukaniu. Wyznaczenie minimalnej prędkości fluidyzacji determinuje, więc najmniejszy przepływ na jaki dobiera się pompę płuczącą [10], co pomaga w typowaniu materiałów najbardziej ekonomicznych pod kątem przebiegu procesu płukania. Minimalna prędkość fluidyzacji stanowi podstawową informację na temat reakcji złoża na zmieniający się przepływ wody płuczącej i zmiany stanu złoża z nieruchomego w fluidalny [11]. Wyznaczanie minimalnej prędkości fluidyzacji jest istotne dla prawidłowej optymalizacji płukania, ale wyznaczenie jej prawidłowej wartości jest skomplikowane i wymaga dokładnej analizy materiałów filtracyjnych a także zastosowania odpowiedniego modelu matematycznego do jej wyznaczenia [12]. Hydraulika fluidyzacji jest zależna od indywidualnych cech złożeń filtracyjnych [13]. Gęstość, uziarnienie, sferyczność to jedne z wielu właściwości opisujących materiały filtracyjne, których wartości są charakterystyczne dla każdego ze stosowanych wypełnień. Wskazu-

je to na konieczność dopasowania i stosowania dedykowanej dla danego rodzaju złoża metody obliczeniowej minimalnej prędkości fluidyzacji ( $V_{mf}$ ), gwarantującej uzyskanie możliwie najbardziej zgodnych z rzeczywistością wyników.

Celem prowadzonych badań było wyznaczenie parametrów fizycznych analizowanych materiałów filtracyjnych, takich jak: uziarnienie, gęstość, sferyczność i porowatość, które są niezbędne do przeprowadzenia obliczeń minimalnej prędkości fluidyzacji. W oparciu o obliczenia minimalnej prędkości fluidyzacji oraz eksperymenty w skali półtechnicznej możliwe było zweryfikowanie poprawności i adekwatności poszczególnych modeli matematycznych dla badanych materiałów filtracyjnych.

## Materiały i metody

### Równania matematyczne minimalnej prędkości fluidyzacji

Obliczeniowym wyznaczeniem minimalnej prędkości fluidyzacji zajmowało się wielu badaczy. Przez dekady prowadzono liczne badania, które bardzo często oparte były o modyfikacje równania Erguna [14]. W ostatnich latach zagadnienia początku fluidyzacji stanowiły przedmiot badań i analiz Zieliny i Dąbrowskiego [15], Guo, Zhan [16], Turan [17] oraz Shao Y. i in. [18]. Wśród najpopularniejszych formuł do obliczania minimalnej prędkości fluidyzacji znajdują się:

#### • Równanie Kozeny-Carman'a [8]

$$V_{mf} = \frac{g \cdot (\rho_z - \rho_w)}{150 \cdot \mu_f} \cdot \frac{\varepsilon_{mf}^3}{1 - \varepsilon_{mf}} \cdot \phi^2 \cdot d_p^2 \quad (1)$$

gdzie:

$V_{mf}$  - minimalna prędkość fluidyzacji [ $m \cdot s^{-1}$ ],

$g$  - przyspieszenie ziemskie [ $m \cdot s^{-2}$ ],

$\rho_w$  - gęstość wody [ $kg \cdot m^{-3}$ ],

$\rho_z$  - gęstość właściwa ziaren złoża [ $kg \cdot m^{-3}$ ],

$\varepsilon_{mf}$  - porowatość złoża w trakcie minimalnej prędkości fluidyzacji [-],

$\mu_f$  - dynamiczny współczynnik lepkości [Pa·s],

$\phi$  - współczynnik kulistości [-].

Zakres stosowania wzoru przewidziany jest dla liczby  $Re < 10$ .

#### • Równanie Leva'a [8]

$$V_{mf} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot (\phi \cdot d_p)^2 \cdot (\rho_z - \rho_w) \cdot g \cdot \varepsilon_{mf}^3}{\mu_{mf} \cdot (1 - \varepsilon_{mf})} \quad (2)$$

gdzie:

$V_{mf}$  - minimalna prędkość fluidyzacji [ $m \cdot s^{-1}$ ],

$d_p$  - średnica zastępcza ziaren złoża [m],

$g$  - przyspieszenie ziemskie [ $m \cdot s^{-2}$ ],

$\rho_w$  - gęstość wody [ $kg \cdot m^{-3}$ ],

$\rho_z$  - gęstość właściwa ziaren złoża [ $kg \cdot m^{-3}$ ],

$\varepsilon_{mf}$  - porowatość złoża w trakcie minimalnej prędkości fluidyzacji [-],

$\mu_f$  - dynamiczny współczynnik lepkości [Pa·s],

$\phi$  - współczynnik kulistości [-].

Zakres stosowania wzoru przewidziany jest dla liczby  $Re < 10$ .

#### • Równanie Gidaspow'a [7]

$$V_{mf} = \frac{d^2 \cdot (p_z - p_w) \cdot g}{1650 \cdot \mu} \quad (3)$$

gdzie:

$V_{mf}$  - minimalna prędkość fluidyzacji [ $m \cdot s^{-1}$ ],

- $g$  - przyspieszenie ziemskie [ $m \cdot s^{-2}$ ],  
 $\rho_w$  - gęstość wody [ $kg \cdot m^{-3}$ ],  
 $\rho_z$  - gęstość właściwa ziaren złoża [ $kg \cdot m^{-3}$ ],  
 $\mu_f$  - dynamiczny współczynnik lepkości [Pa·s],  
 Zakres stosowania wzoru przewidziany jest dla liczby  $Re \leq 20$ .

• **Równanie Majcherek [9]**

$$v_{mf} = \frac{(\rho_z - \rho_w) \cdot g \cdot d_p^2 \cdot \varepsilon_{mf}^3}{200 \cdot \rho \cdot \nu \cdot \alpha^2 \cdot (1 - \varepsilon_{mf})} \quad (4)$$

gdzie:

- $V_{mf}$  - minimalna prędkość fluidyzacji [ $m \cdot s^{-1}$ ],  
 $\rho_z$  - gęstość właściwa ziaren złoża [ $kg \cdot m^{-3}$ ],  
 $\rho_w$  - gęstość wody [ $kg \cdot m^{-3}$ ],  
 $g$  - przyspieszenie ziemskie [ $m \cdot s^{-2}$ ],  
 $\varepsilon_{mf}$  - porowatość złoża w trakcie minimalnej prędkości fluidyzacji [-],  
 $\nu$  - kinematyczny współczynnik lepkości wody [ $m^2 \cdot s^{-1}$ ],  
 $\alpha$  - współczynnik kształtu ziaren [-],  
 Zakres stosowania wzoru przewidziany jest dla liczby  $Re < 10$ .

• **równanie Erguna [7]**

$$\frac{H_{mf}}{L_{mf}} = \frac{150}{36} \cdot \frac{\mu_{mf} \cdot (1 - \varepsilon_{mf})^2}{\rho_w \cdot g \cdot \varepsilon_{mf}^3} \cdot \left( \frac{6}{\psi \cdot d_p} \right)^2 \cdot V_{mf} + \frac{1,75}{6} \cdot \frac{(1 - \varepsilon_{mf})}{g \cdot \varepsilon_{mf}^3} \cdot \left( \frac{6}{\psi \cdot d_p} \right) \cdot V^2 \quad (5)$$

gdzie:

- $H_{mf}$  - wysokość strat ciśnienia na początku fluidyzacji [m],  
 $L_{mf}$  - wysokość warstwy filtracyjnej na początku fluidyzacji [m],  
 $\mu_f$  - dynamiczny współczynnik lepkości [Pa·s],  
 $\varepsilon_{mf}$  - porowatość złoża w trakcie minimalnej prędkości fluidyzacji [-],  
 $\rho_w$  - gęstość wody [ $kg \cdot m^{-3}$ ],  
 $g$  - przyspieszenie ziemskie [ $m \cdot s^{-2}$ ],  
 - sferyczność [-],  
 $V_{mf}$  - minimalna prędkość fluidyzacji [ $m \cdot s^{-1}$ ].  
 Równanie znajduje zastosowanie zarówno dla ruchu laminarnego jak i turbulentnego.

Współczynnik kształtu – kulistości ( $\alpha$ ) wyznacza się jako odwrotność sferyczności zgodnie ze wzorem [7]:

$$\psi = \frac{r}{\sqrt{s \cdot t}} \quad (6)$$

gdzie:

- $\psi$  - sferyczność [-],  
 $r$  - najmniejszy wymiar ziaren złoża [m],  
 $s, t$  - pozostałe wymiary ziaren złoża [m].

$$s = 1 / \psi \quad (7)$$

gdzie:

- $s$  - współczynnik kształtu [-],  
 $\psi$  - sferyczność [-].

Błąd względny pomiaru obliczono na podstawie wzoru [19]:

$$\delta = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\% = \frac{|x - x_0|}{x} \cdot 100\% \quad (8)$$

gdzie:

- $\Delta x$  - błąd względny,  
 $x$  - wartość oczekiwana, uzyskana na podstawie badań eksperymentalnych,  
 $x_0$  - wartość obliczona.

## Materiały

Analizie minimalnej prędkości fluidyzacji poddano najczęściej stosowane materiały czyli piasek i hydroantracyt, a także nowe złoża keramzytowe, zyskujące coraz większą popularność w Europie. Łącznie przebadano trzy materiały o różnych uziarnieniach (oraz w przypadku keramzytu różnej gęstości):

1. Keramzyt (niska gęstość): o uziarnieniach 1,0-1,6 mm i 1,5-2,5 mm,
2. Keramzyt (wysoka gęstość) o uziarnieniach: 0,5-1,0 mm, 0,85-1,5 mm i 1,6-2,5 mm,
3. Piasek Kvarcowy o uziarnieniach 0,5-0,85 mm i 0,85-1,18 mm,
4. Hydroantracyt o uziarnieniu 0,71-1,5 mm.

Najczęściej wykorzystywanym materiałem w filtracji jest piasek kwarcowy znajdujący swoje zastosowanie zarówno w filtrach powolnych jak i pospiesznych [20]. Gęstość ziaren piasku kwarcowego osiąga wartość  $2657 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  [21], natomiast porowatość mieści się w przedziale 42-47%, a sferyczność ziaren waha się od 0,7 do 0,8 [22]. Hydroantracyt, będąc równie często stosowanym złożem charakteryzuje się gęstością  $1400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  [23]. Hydroantracyt jako odmiana węgla antracytowego cechuje się porowatością rzędu 56-60% oraz sferycznością z zakresu od 0,46 do 0,60 [22].

Nowym produktem znajdującym coraz większą grupę odbiorców jest keramzyt. Jest dostępny w normalnej, niskiej gęstości wynoszącej  $1250 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  [24]. Z kolei keramzyt wysokiej gęstości osiąga gęstość o wartości  $1700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  [25]. Obydwa produkty charakteryzują się porowatą kruszoną strukturą powierzchni oraz mają tendencję do unoszenia się na wodzie jako suchy materiał, jednak po nasiąknięciu w środowisku wodnym opadają na dno [26].

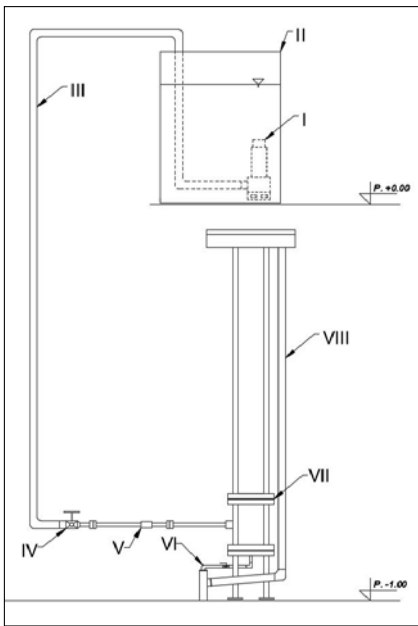
## Metodyka badań

Badania wstępne rozpoczęto od analizy granulometrycznej materiałów filtracyjnych, którą przeprowadzono w oparciu o PKN-CEN ISO/TS 17892-4:2009 [27]. Kierując się PKN-CEN ISO/TS 17892-2:2009 wyznaczono gęstość badanych materiałów [28], natomiast PN-EN 12901:2001 [29] wykorzystano do określenia porowatości złożów. Wielkość ziaren określono przy wykorzystaniu trójwymiarowego pomiaru analizatorem AWK 3D (rys. 2), który pozwala na wyznaczenie kształtu ziaren zgodnie z klasyfikacją Zingga [30].

Głównym elementem analizatora jest konwerter optyczny, generujący wiązkę promieniowania w przestrzeni optycznej, gdzie spadające ziarno powoduje rozproszenie promieniowania i zmianę prądu elektrycznego przepływającego przez fotokomórkę analizatora, której wielkość jest proporcjonalna do wymiaru przelatującego przez urządzenie ziarna [31]. Wynik dwóch wymiarów otrzymuje się przy pomocy optycznych pomiarów, a trzeci odczytuje się na podstawie liczby skanowań badanego ziarna [32]. Analizę wielkości ziaren prowadzono na reprezentatywnej próbce materiałów zakładającej pomiar od 6,5 do ponad 30 tys. ziaren każdego złoża, zależnie od badanego materiału.

**Rys. 2.**  
**Analizator AWK 3D**  
**Źródło: [31].**



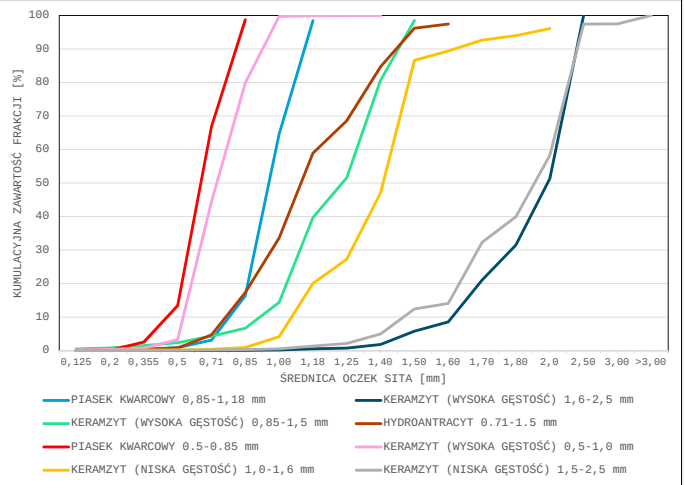


**Rys. 3.** Schemat stanowiska badawczego (I - pompa, II - zbiornik wody płuczącej, III - rura zasilająca, IV - zawór regulacyjny, V - przepływomierz, VI - instalacja spustowa z zaworem, VII - drenaż, VIII - instalacja odprowadzająca popłuczyny do kanalizacji). Źródło: opracowanie własne.

Po zakończeniu badań wstępnych i wykonaniu obliczeń matematycznych rozpoczęto badania minimalnej prędkości fluidyzacji ( $V_{fm}$ ) w skali półtechnicznej. Badania wykonano na stanowisku badawczym składającym się z kolumny filtracyjnej, układu zasilającego - regulującego oraz instalacji spustowej (rys. 3).

Każdorazowo przed rozpoczęciem badań załączano pompę zalewając kolumnę wodą, odgazowywano układ doprowadzający po czym zamykano dopływ wody [7]. Następnie zasypywano kolumnę materiałem filtracyjnym do ustalonej wysokości. Po zakończeniu tych czynności prowadzono badania zasadnicze. Wykorzystując zawór regulacyjny powoli zwiększano dopływ wody do kolumny obserwując zachowanie złoża. Odczytywano wysokość złoża oraz przepływ, które były rejestrowane każdorazowo po zwiększaniu intensywności płukania, począwszy od przepływu wody przez kolumnę, w trakcie którego złoże pozostawało niewzruszone, poprzez stan rozpoczęcia fluidyzacji i kończąc, gdy góra sfluidyzowa-

**Rys. 4.** Wyniki analizy granulometrycznej. Źródło: opracowanie własne



nego złoża zbliżała się do krawędzi przelewowej kolumny. Badania prowadzono w temperaturze wody ok. 10°C, a otrzymane wyniki uśredniono na podstawie trzech pomiarów każdego ze złożeń.

### Wyniki badań

#### Badania wstępne

Wyniki pomiarów składu granulometrycznego badanych materiałów przedstawiono na rys. 4 w postaci krzywych uziarnienia.

W oparciu o opracowane krzywe uziarnienia przedstawione na rys. 4 wyznaczono charakterystyczne średnice ziaren  $d_{10}$  i  $d_{60}$ , które zestawiono w tabeli 1. Wartości te były niezbędne do wyznaczenia współczynników nierównomierności uziarnienia WN.

Najmniejsze wartości współczynnika niejednorodności wyznaczono dla ziaren piasku kwarcowego o grubszej granulacji 0,85-1,18 mm oraz dla keramzytu o większej gęstości i grubszej granulacji 1,5-2,5 mm, a także w całym zakresie uziarnienia keramzytu o mniejszej gęstości.

Gęstość analizowanych materiałów zestawiono w tabeli 2. Najniższą gęstością spośród badanych materiałów charakteryzowały się złoża keramzytowe niskiej gęstości o uziarnieniu 1,0-1,6 mm oraz 1,5-2,5 mm i osiągały wartość 1,11 g·cm<sup>-3</sup>, a więc niewiele więcej niż gęstość wody i niewiele mniej niż gęstość hydroantracytu, którego wartość zmierzono jako równą 1,38 g·cm<sup>-3</sup>. Stąd złoża keramzytowe o niskiej gęstości mogą stanowić tańszy substytut hydroantra-

cytu w złożach wielowarstwowych. Materiały keramzytowe o wyższej gęstości, niezależnie od uziarnienia miały gęstość równą około 1,94 g·cm<sup>-3</sup>, a więc trochę mniej niż zmierzona gęstość piasku kwarcowego wynosząca 2,61 g·cm<sup>-3</sup>.

Wyniki badania porowatości złoża w stanie spoczynku zamieszczono w tab. 3. Najniższą porowatością z analizowanych materiałów cechują się złoża piaskowe, nieznacznie większą wartością charakteryzuje się hydroantracyt, natomiast złoża keramzytowe niezależnie od gęstości mimo szerokiego zakresu uziarnienia osiągają wąski przedział porowatości od 0,55 do 0,61.

Określenie wymiarów ziaren złożeń przeprowadzono przy wykorzystaniu analizatora AWK 3D. W oparciu o wzór nr 6 określono sferyczność ziaren filtracyjnych natomiast przy wykorzystaniu wzoru nr 7 wyznaczono współczynnik kształtu. Wyniki obliczeń zamieszczono w tabeli 4. Należy podkreślić, że współczynnik kształtu „S” dla ziaren o kształcie kulistym jest zbliżony do jedności, natomiast dla ziaren nieregularnych współczynnik ten przyjmuje wartość większą od jedności [33]. W podobny sposób należy zatem postrzegać sferyczność „ $\Psi$ ” ziaren, której wartość zbliżona do jedności świadczy o kształcie ziarna podobnego do kuli, natomiast wartość poniżej jedności informuje o kształcie bardziej nieregularnym [34].

Materiałem filtracyjnym najbardziej zbliżonym kształtem ziaren do kuli jest piasek kwarcowy 0,85-1,18 mm. Podobną wielkością charakteryzuje się keramzyt wysokiej

**Tabela 1.** Wyniki oznaczenia średnic  $d_{10}$  i  $d_{60}$  wraz z współczynnikiem nierównomierności uziarnienia WN analizowanych złożeń filtracyjnych.

PARAMETR	NAZWA ZŁOŻA							
	KERAMZYT (WYSOKA GĘSTOŚĆ) 0,5-1,0 mm	KERAMZYT (WYSOKA GĘSTOŚĆ) 0,85-1,5 mm	KERAMZYT (WYSOKA GĘSTOŚĆ) 1,5-2,5 mm	KERAMZYT (NISKA GĘSTOŚĆ) 1,0-1,6 mm	KERAMZYT (NISKA GĘSTOŚĆ) 1,5-2,5 mm	HYDROANTRACYT 0,71-1,5 mm	PIASEK KWARCOWY 0,5-0,85 mm	PIASEK KWARCOWY 0,85-1,18 mm
$d_{10}$ [mm]	0,53	0,91	1,61	1,07	1,47	0,77	0,45	0,78
$d_{60}$ [mm]	0,77	1,29	2,09	1,43	2,02	1,19	0,68	0,99
$WN = d_{60} \cdot d_{10}^{-1}$	1,45	1,42	1,30	1,34	1,37	1,55	1,51	1,27

Tabela 2. Gęstości ziaren filtracyjnych badanych materiałów filtracyjnych

PARAMETR	NAZWA ZŁOŻA							
	PIASEK KWARCOWY 0,5-0,85 mm	PIASEK KWARCOWY 0,85-1,18 mm	KERAMZYT (NISKA GĘSTOŚĆ) 1,0-1,6 mm	KERAMZYT (NISKA GĘSTOŚĆ) 1,5-2,5 mm	KERAMZYT (WYSOKA GĘSTOŚĆ) 0,5-1,0 mm	KERAMZYT (WYSOKA GĘSTOŚĆ) 0,85-1,5 mm	KERAMZYT (WYSOKA GĘSTOŚĆ) 1,6-2,5 mm	HYDROANTRACYT 0,71-1,5 mm
GĘSTOŚĆ $\rho$ [g·cm <sup>-3</sup> ]	2,61	2,55	1,11	1,11	1,96	1,91	1,94	1,38

Tabela 3. Porowatości badanych złożeń w stanie spoczynku

PARAMETR	NAZWA ZŁOŻA							
	PIASEK KWARCOWY 0,5-0,85 mm	PIASEK KWARCOWY 0,85-1,18 mm	KERAMZYT (NISKA GĘSTOŚĆ) 1,0-1,6 mm	KERAMZYT (NISKA GĘSTOŚĆ) 1,5-2,5 mm	KERAMZYT (WYSOKA GĘSTOŚĆ) 0,5-1,0 mm	KERAMZYT (WYSOKA GĘSTOŚĆ) 0,85-1,5 mm	KERAMZYT (WYSOKA GĘSTOŚĆ) 1,6-2,5 mm	HYDROANTRACYT 0,71-1,5 mm
POROWATOŚĆ $\epsilon_0$ [-]	0,40	0,37	0,56	0,61	0,55	0,56	0,57	0,48

Tabela 4. Sferyczność i współczynnik kształtu badanych materiałów sypkich

PARAMETR	NAZWA ZŁOŻA							
	PIASEK KWARCOWY 0,5-0,85 mm	PIASEK KWARCOWY 0,85-1,18 mm	KERAMZYT (NISKA GĘSTOŚĆ) 1,0-1,6 mm	KERAMZYT (NISKA GĘSTOŚĆ) 1,5-2,5 mm	KERAMZYT (WYSOKA GĘSTOŚĆ) 0,5-1,0 mm	KERAMZYT (WYSOKA GĘSTOŚĆ) 0,85-1,5 mm	KERAMZYT (WYSOKA GĘSTOŚĆ) 1,6-2,5 mm	HYDROANTRACYT 0,71-1,5 mm
[-]	0,72	0,93	0,78	0,75	0,56	0,91	0,90	0,85
[-]	1,38	1,08	1,29	1,34	1,79	1,10	1,11	1,17

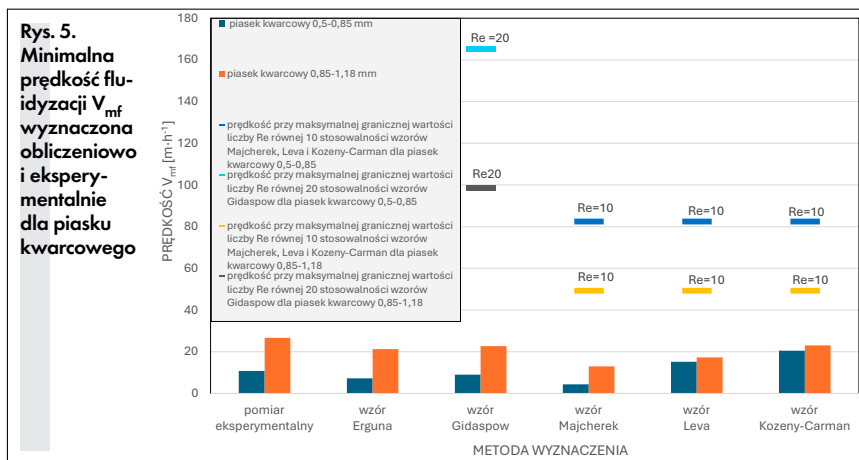
gęstości o uziarnieniu 0,85-1,5 mm oraz 1,6-2,5 mm a także hydroantracyt, których wartości współczynnika kształtu wskazują na dość duże podobieństwo do kuli. Należy jednak pamiętać, że wyniki określające kształt ziaren zależą od ich techniki pomiarowej i obliczeniowej i że współczynniki kształtu naturalnych materiałów występują w szerokim zakresie. Najbardziej odległym od kształtu kuli złożem jest keramzyt o wysokiej gęstości i rozmiarze ziaren 0,5-1,0 mm.

### Badania minimalnej prędkości fluidyzacji

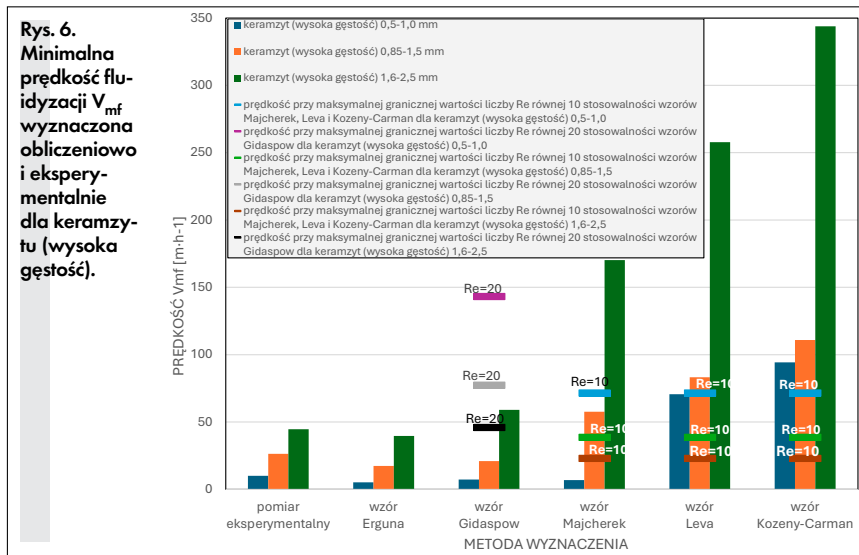
Najważniejsze badania dotyczyły pomiarów eksperymentalnych zestawionych z wynikami obliczeń zgodnych z równaniami (1) - (5) minimalnej prędkości fluidyzacji dla poszczególnych materiałów filtracyjnych pozwalających określić intensywności płukania, przy której następować będzie początek procesu fluidyzacji. Wyniki badań zobrazowano na rysunkach (5) - (8). Na podstawie różnicy uzyskanej między wynikami badań eksperymentalnych (wartość oczekiwana), a wynikami obliczeń wyznaczono błąd względny. Dla wykorzystanych wzorów posiadających ograniczenia stosowności pod kątem liczby Re na wykresach zaznaczono wartości graniczne, tj. odpowiednio dla wzoru: Majcherek, Leva oraz wzoru Kozeny-Carman  $Re < 10$ , a także dla wzoru Gidaspow  $Re \leq 20$ .

Złoża piasku kwarcowego uzyskały zgodnie z rys. 5 najbardziej zbliżone wyniki badań eksperymentalnych do wyników obli-

Rys. 5. Minimalna prędkość fluidyzacji  $V_{mf}$  wyznaczona obliczeniowo i eksperymentalnie dla piasku kwarcowego



Rys. 6. Minimalna prędkość fluidyzacji  $V_{mf}$  wyznaczona obliczeniowo i eksperymentalnie dla keramzytu (wysoka gęstość).



czeń opartych na wzorze Gidaspow'a. Wzór wg. Majcherek oraz Kozeny-Carma-

na w przypadku materiałów piasku kwarcowego jest obarczony największym błędem

**Tabela 5. Błędy względne wartości obliczonych względem zmierzonych eksperymentalnie wartości oczekiwanych dla piasku kwarcowego**

Materiał filtracyjny	Błędy względne [%]				
	Obliczenia wg. Erguna	Obliczenia wg. Gidaspow	Obliczenia wg. Majcherek	Obliczenia wg. Leva	Obliczenia wg. Kozeny-Carman
piasek kwarcowy 0,5-0,85	33	17	60	40	90
piasek kwarcowy 0,85-1,18	20	15	51	35	14
średnia wartość błędu [%]	27	16	56	38	52

**Tabela 6. Błędy względne wartości obliczonych względem zmierzonych eksperymentalnie wartości oczekiwanych dla keramzytu o wysokiej gęstości**

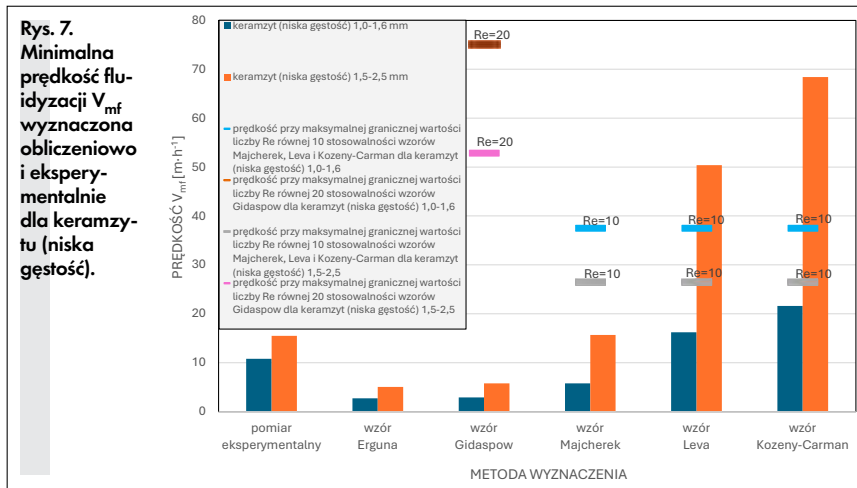
Materiał filtracyjny	Błędy względne [%]				
	Obliczenia wg. Erguna	Obliczenia wg. Gidaspow	Obliczenia wg. Majcherek	Obliczenia wg. Leva	Obliczenia wg. Kozeny-Carman
keramzyt (wysoka gęstość) 0,5-1,0 mm	49	29	32	600	836
keramzyt (wysoka gęstość) 0,85-1,5 mm	34	21	119	216	322
keramzyt (wysoka gęstość) 1,6-2,5 mm	11	32	281	477	670
średnia wartość błędu [%]	31	27	144	431	609

**Tabela 7. Błędy względne wartości obliczonych względem zmierzonych eksperymentalnie wartości oczekiwanych dla keramzytu o niskiej gęstości**

Materiał filtracyjny	Błędy względne [%]				
	Obliczenia wg. Erguna	Obliczenia wg. Gidaspow	Obliczenia wg. Majcherek	Obliczenia wg. Leva	Obliczenia wg. Kozeny-Carman
keramzyt (niska gęstość) 1,0-1,6 mm	75	73	47	50	100
keramzyt (niska gęstość) 1,5-2,5 mm	67	63	1	226	342
średnia wartość błędu [%]	71	68	24	138	221

**Tabela 8. Błędy względne wartości obliczonych względem zmierzonych eksperymentalnie wartości oczekiwanych dla hydroantracytu.**

Materiał filtracyjny	Błędy względne [%]				
	Obliczenia wg. Erguna	Obliczenia wg. Gidaspow	Obliczenia wg. Majcherek	Obliczenia wg. Leva	Obliczenia wg. Kozeny-Carman
hydroantracyt 0,71-1,5 mm	47	38	19	53	103



czego potwierdzeniem jest średnia wartość błędu względnego zamieszczonego w tabeli 5. Każdy z wykorzystanych wzorów spełnia swoją granicę stosowności dla analizowanego uziarnienia materiału z piasku kwarcowego.

Wyniki badań laboratoryjnych zestawione z wynikami obliczeń na rys. 6 przedstawiają najlepsze dopasowanie obliczeń  $V_{mf}$  wg wzoru Gidaspow'a dla złoża keramzytowego o wysokiej gęstości.

Największe różnice wyników obliczeń do badań eksperymentalnych powstają przy wykorzystaniu wzoru stosowanego przez Kozeny-Carmana co potwierdza wartość błędu względnego sięgająca 609%, podczas gdy błąd wyników otrzymanych przy zastosowaniu wzoru Gidaspow'a wyniósł zaledwie 27% co przedstawia tabela 6. Tak duży błąd obliczeniowy w przypadku Kozeny-Carmana może wynikać z wykorzystania uproszczonej wersji wzoru posiadającej

ograniczenia zastosowania do liczby  $Re < 10$ , co wyraźnie widać na rys. 6. Podobna sytuację widać przy wykorzystaniu wzoru Leva i Majcherek, których wyniki znacząco odbiegają od wyników badań eksperymentalnych szczególnie przy większych uziarnieniach. Uwagę należy także zwrócić na wyniki zastosowania wzoru Erguna, których błąd względny zamieszczony w tabeli 6 jest co prawda większy niż błąd wyników obliczeń wzorem Gidaspow'a, niemniej jednak są lepiej dopasowane w przypadku złoż o większym uziarnieniu niż wyniki obliczeń wzorem Gidaspow'a.

Minimalną prędkość fluidyzacji keramzytu niskiej gęstości zgodnie z rys. 7 najlepiej wyznaczyć wzorem opracowanym przez Majcherek. Wartości otrzymane przy wykorzystaniu wzoru Erguna i Gidaspow'a są do siebie bardzo zbliżone i zgodnie z tabelą 7 dają większe błędy względne niż wyniki obliczeń wzorem Majcherek.

Największe rozbieżności wyników obliczeń względem eksperymentalnie wyznaczonej wartości oczekiwanej daje wzór Kozeny-Carmana. Wyniki te, jak pokazano w tabeli 7, są obciążone średnim błędem 221%. Zarówno podczas prowadzenia obliczeń wzorem Kozeny-Carmana, jak również wzorem Leva przekroczone zostały ich graniczne wartości stosowności ( $Re < 10$ ). Może to być przyczyną tak dużego błędu przy obliczaniu  $V_{mf}$  dla keramzytu niskiej gęstości o uziarnieniu 1,5-2,5 mm.

Zgodnie z rys. 8 początkowa prędkość fluidyzacji złoża hydroantracytu osiąga najbliższe wartości obliczeń przy wykorzystaniu wzoru wg. Majcherek.

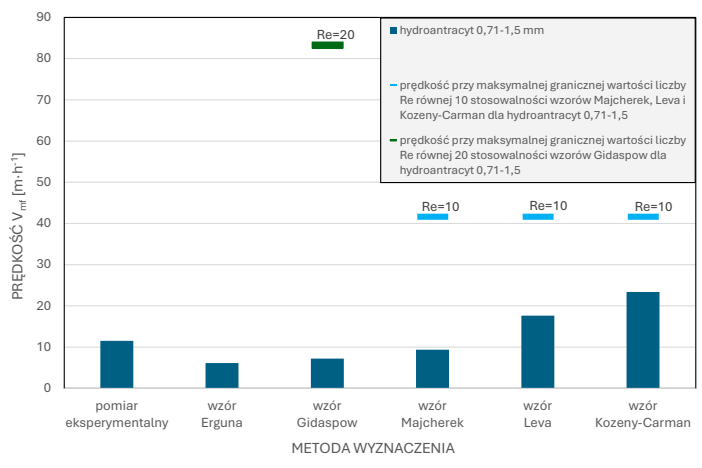
Obliczenia minimalnej prędkości fluidyzacji wykonane z wykorzystaniem wzoru Kozeny-Carmana obciążone są błędem względnym wynoszącym 103% co przedstawiono w tabeli 8. W tym przypadku obliczenia prowadzone były w zakresach liczb  $Re$  zgodnych z zakresami stosowności użytych wzorów.

## Wnioski

Odpowiednie wyznaczenie minimalnej prędkości fluidyzacji dostarcza informacji o wielkości najmniejszego przepływu jaki jest potrzebny do rozpoczęcia procesu wodnego płukania złoża. Dostarcza informacji na jaki minimalny przepływ powinna być dobrana pompa płuczka złoża.

Dla tradycyjnych kwarcowych złoż piaskowych najbardziej dopasowanym wzorem określającym minimalną prędkość fluidyzacji jest wzór zaproponowany przez Gidaspow'a. Ten model obliczeniowy określa najtrafniej również początek fluidyzacji złoża keramzytowego o wysokiej gęstości. Wyniki uzyskane

**Rys. 8**  
Minimalna prędkość fluidyzacji  $V_{mf}$  wyznaczona obliczeniowo i eksperymentalnie dla hydroantracytu



na podstawie tego wzoru są obarczone błędem obliczeniowym dla piasku i keramzytu wysokiej gęstości wynoszącym średnio między 16 a 27% względem pomiarów laboratoryjnych, co jest wartością dużo mniejszą niż wartości błędów, jakie uzyskuje się stosując wzór Kozeny-Carman i które są wyższe niż 600%. Tak duży błąd może wynikać z wykorzystania uproszczonej wersji wzoru Kozeny-Carmana, którego stosowanie jest ograniczone do liczb  $Re < 10$ . Dużo bliższe wartości do eksperymentalnych wyników pomiarów i do wyników obliczeń wzorem Gidaspowa otrzymano z obliczeń wzorem Erguna.

Wyniki przeprowadzonej analizy wskazują, że obliczenie minimalnej prędkości fluidyzacji w przypadku hydroantracytu oraz keramzytu o niskiej gęstości najlepiej jest przeprowadzić na podstawie wzoru opracowanego przez Majcherek, którego wyniki różnią się od badań eksperymentalnych średnio o 19-24%. Największy błąd obliczeń względem pomiarów eksperymentalnych dla tych materiałów uzyskano stosując wzór Kozeny-Carmana i jest on 5 razy większy od błędu obliczeń względem eksperymentów dla hydroantracytu i aż prawie 10 razy większy od błędów obliczeń względem eksperymentów dla keramzytu. Przyczyną tak dużych średnich błędów względnych w przypadku złoża keramzytowego niskiej gęstości otrzymanych przy zastosowaniu wzoru Kozeny-Carmana może być, również przekroczenie jego granicznej wartości stosowania ( $Re < 10$ ), podobnie jak w przypadku wzoru Leva.

Kierując się kształtem ziaren przy doborze odpowiedniego równania do obliczenia minimalnej prędkości, zauważono, że prędkość  $V_{mf}$  dla ziaren złoża kształtem zbliżonych do kuli można najtrafniej wyznaczyć wzorem Gidaspowa, natomiast dla ziaren złożów o kształcie bardziej nieregularnym wzorem stosowanym przez Majcherek.

Weryfikując uzyskane wyniki obliczeń z rezultatami badań eksperymentalnych zauważono, że dla złożów o gęstości z zakresu od 1,9 do 2,6 g/cm<sup>3</sup> wyniki obliczeń obarczone są najmniejszym błędem względnym wykorzystując wzór Gidaspowa, natomiast dla złożów o gęstości z zakresu od 1,1 do 1,4

g/cm<sup>3</sup>, najdokładniejsze wyniki obliczeń uzyskuje się stosując wzór zaproponowany przez Majcherek.

Analiza otrzymanych wyników wykazała, że obliczone wartości minimalnych prędkości fluidyzacji nie były równe wartościom uzyskanym podczas pomiarów eksperymentalnych. Błędy obliczeniowe dla wzorów o najbardziej zbliżonych wynikach do badań laboratoryjnych wynoszą między 16 a 27%, natomiast dla wzorów, których wyniki znacząco odbiegają od pomiarów laboratoryjnych błędy obliczeniowe wynoszą średnio nawet ponad 600%. Należy, więc zachować szczególną ostrożność stosując równania wg Leva oraz wg Kozeny-Carmana w uproszczonej formie, i zwrócić uwagę na zakresy liczb  $Re$ , dla których są stosowane te wzory. W szczególności dotyczy to obliczeń  $V_{mf}$  dla złożów keramzytowych. Rekomendowane jest stosowanie wzoru Gidaspowa do obliczania minimalnej prędkości fluidyzacji piasku i keramzytu o wysokiej gęstości oraz równania Majcherek do wyznaczania  $V_{mf}$  keramzytu niskiej gęstości oraz hydroantracytu. Wzór Erguna w złożach keramzytowych o wysokiej gęstości może stanowić alternatywę dla wzoru Gidaspowa.

#### LITERATURA:

- [1] Fitzpatrick C. S. B., *Media properties and their effect on filter performance and backwashing*, Wat. Sci. Tech., 1998, Vol. 38, No. 6, 105-111
- [2] Zielina M. Analiza jakości filtratu z filtrów pospiesznych pracujących z przerwami, Instal, 2021, 6, 34-38. DOI 10.36119/15.2021.6.4.
- [3] Siwiec T., *Parametry płukania złożów chalcodonitowych, XX Jubileuszowa - Krajowa, VIII Międzynarodowa Konferencja Naukowo - Techniczna „Zaopatrzenie w wodę, jakość i ochrona wód”*, 2008, 559-670,
- [4] Siwiec T., *Badanie skuteczności płukania filtrów oddzielających, Przegląd Naukowy – Inżynieria i Kształtowanie Środowiska nr 53, 2011: 226-236*
- [5] Siwiec T., *Graniczne wartości parametrów płukania wybranych złożów filtracyjnych, Gaz, woda i technika sanitarna, 1'2012, 13-17,*
- [6] Samelak P., *Analiza techniczno-technologiczna wraz z wytycznymi do przebudowy Stacji Uzdatniania Wody w Czersku, Wrzesień, 2019*
- [7] Siwiec T., *Warunki płukania filtrów jednowarstwowych i wielowarstwowych wybranych złożów filtracyjnych. Warszawa: Wydawnictwo SGGW, 2007.*
- [8] Thanh B.T. i Le A.D. 2020. *Determination on Fluidization Velocity Types of the Continuous Refined Salt Fluidized Bed Drying*. Current Drying Processes, IntechOpen, 1-23.
- [9] Majcherek H. i in. 2004. *Hydraulika płukania złożów dwuwarstwowych. Gaz, Woda i Technika Sanitarna, 10, 349-354.*

- [10] Siwiec T., *Zmiany porowatości międzyziarnowej złoża podczas procesów filtracji i płukania, Zaopatrzenie w wodę, jakość i ochrona wód – zagadnienia współczesne, Polskie Zrzeszenie Inżynierów i Techników Sanitarnych Oddział Wielkopolski, Poznań 2010, 535-548*
- [11] Zhu Q., Zhang L., Hao W., *Determining minimum fluidization velocity in magnetized fluidized bed with Geldart-B particles*, Powder Technology 389 (2021) 85–95,
- [12] Ponciano de Deus F. i in. 2020. *Hydraulic characterisation of the backwash process in sand filters used in micro irrigation*, Biosystems Engineering, Volume 192, April 2020, Pages 188-198,
- [13] Summerfelt, S. T., Cleasby, J. L. A Review of Hydraulics in fluidized-bed biological filters. Transactions of the ASAE, vol.39(3), (1996), 1161-1173.
- [14] Fu Z., i in., *Minimum fluidization velocity growth due to bed inventory increase in an Air Dense Medium Fluidized Bed*. Chemical Engineering Journal 359 (2019), 1372-1378.
- [15] Zielina M., Dąbrowski W., *Energy and Water Savings during Backwashing of Rapid Filter Plants.*, Energies 2021, 14, 3782.
- [16] Gou Q i in., *Flow characteristics in an acoustic bubbling fluidized bed at high temperature*. Chemical Engineering and Processing: Process Intensification, Volume 50, Issue 3, March 2011, 331-337.
- [17] Turan M., *Backwashing of granular media filters and membranes for water treatment: a review.*, AQUA – Water Infrastructure, Ecosystems and Society Vol 72 No 3, 274-298.
- [18] Shao Y., i in., *Minimum fluidization velocity of particles with different size distributions at elevated pressures and temperatures.*, Chemical Engineering Science, Volume 216, 2020, 115555,
- [19] Błąd bezwzględny i względny pomiaru. Dostęp: 07.07.2024 r. <https://www.matemaks.pl/blad-bez-wzglezny-i-wzglezny-pomiaru.html>.
- [20] Cescon A., Jia-Qian J., *Filtration Process and Alternative Filter Media Material in Water Treatment*, Water 2020, 12, 3377
- [21] Michel M.M., *Kruszywa melafirowe jako złoża filtrów odmaganiających*, Wydawnictwo SGGW, 2019
- [22] Kowal A.I. i Świdwerska-Bróz M. 2009. *Oczyszczanie wody. Podstawy teoretyczne i technologiczne, procesy i urządzenia*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN,
- [23] Nieuwenhuijzen A.F. i in. *Direct influent filtration as a pre-treatment step for more sustainable wastewater treatment systems*, Water Science and Technology Vol 43, No 11, 2018, 91–98
- [24] Opis produktu: Filtralite® Pure NC 0,8-1,6. Dostęp:24.06.2024. <https://www.filtralite.com/pl/produkty/filtralite-pure-nc-08-16>
- [25] Opis produktu: Filtralite® Pure HC 0,8-1,6. Dostęp:24.06.2024. <https://www.filtralite.com/pl/produkty/filtralite-pure-hc-08-16>
- [26] Karta Charakterystyki Filtralite® – HC - HR - MC - NC – NR. Dostęp:24.06.2024. <https://www.filtralite.com/sites/filtralite.com/files/pdfs/PL%20Safety%20Data%20Sheet%20-%20Filtralite%2020HC-HR-MC-NC-NR.pdf>
- [27] PKN-CEN ISO/TS 17892-4:2009. *Badania geotechniczne -- Badania laboratoryjne gruntów -- Część 4: Oznaczanie składu granulometrycznego*
- [28] PKN-CEN ISO/TS 17892-2:2009. *Badania geotechniczne -- Badania laboratoryjne gruntów -- Część 2: Oznaczanie gęstości gruntów drobnoziarnistych.*
- [29] PN-EN 12901:2001. *Produkty do uzdatniania wody przeznaczonej do spożycia. Nieorganiczne materiały nośne i filtracyjne. Terminologia.*
- [30] Kamiński S., Trzcziński J., 2008. *Optyczno-elektroniczny sposób określania składu granulometrycznego gruntów i możliwości zastosowania w geologii inżynierskiej. Geologia, 4(34), 623-634.*
- [31] Kamiński S., Kamińska D., Trzcziński J., 2008. *Grain size and three-dimensional particle shape – automatic analysis with application of optical electronic AWK 3D analyzer, 11th Baltic Sea Geotechnical Conference Geotechnics in Maritime Engineering, 233-238.*
- [32] *Analizator AWK 3D, urządzenie do pomiaru uziarnienia i kształtu cząstek stałych w powietrzu oraz jego pomiar on-line, uziarnienie, analizator, cząstki, sita mechaniczne, kontrola produkcji, kształt ziarn.* Dostęp: 02.07.2024, <https://www.laboratoria.tech.pl/artykuly/analizator-awk-3d-urzadzenie-do-pomiaru-uziarnienia-i-ksztaltu-czastek-stalych-w-powietrzu-oraz-jego-113161-6>
- [33] Skoczłowska K., *Rozprawa doktorska „ Analiza ruchu wypełnienia monodispersyjnego w aparacie bębnowym”*, 2018, Politechnika Opolska Wydział Mechaniczny Katedra Inżynierii Środowiska
- [34] Dąbrowski W., Plata M., *Changes of sand density impact on water filter backwashing*, Instal, 2020, 1, 45-48 ; DOI 10.36119/15.2020.1.7.